



RAJASTHAN - CET

स्नातक स्तर

समान पात्रता परीक्षा

भाग - 3

गणित एवं रीजनिंग



RAJASTHAN – (CET)

गणित

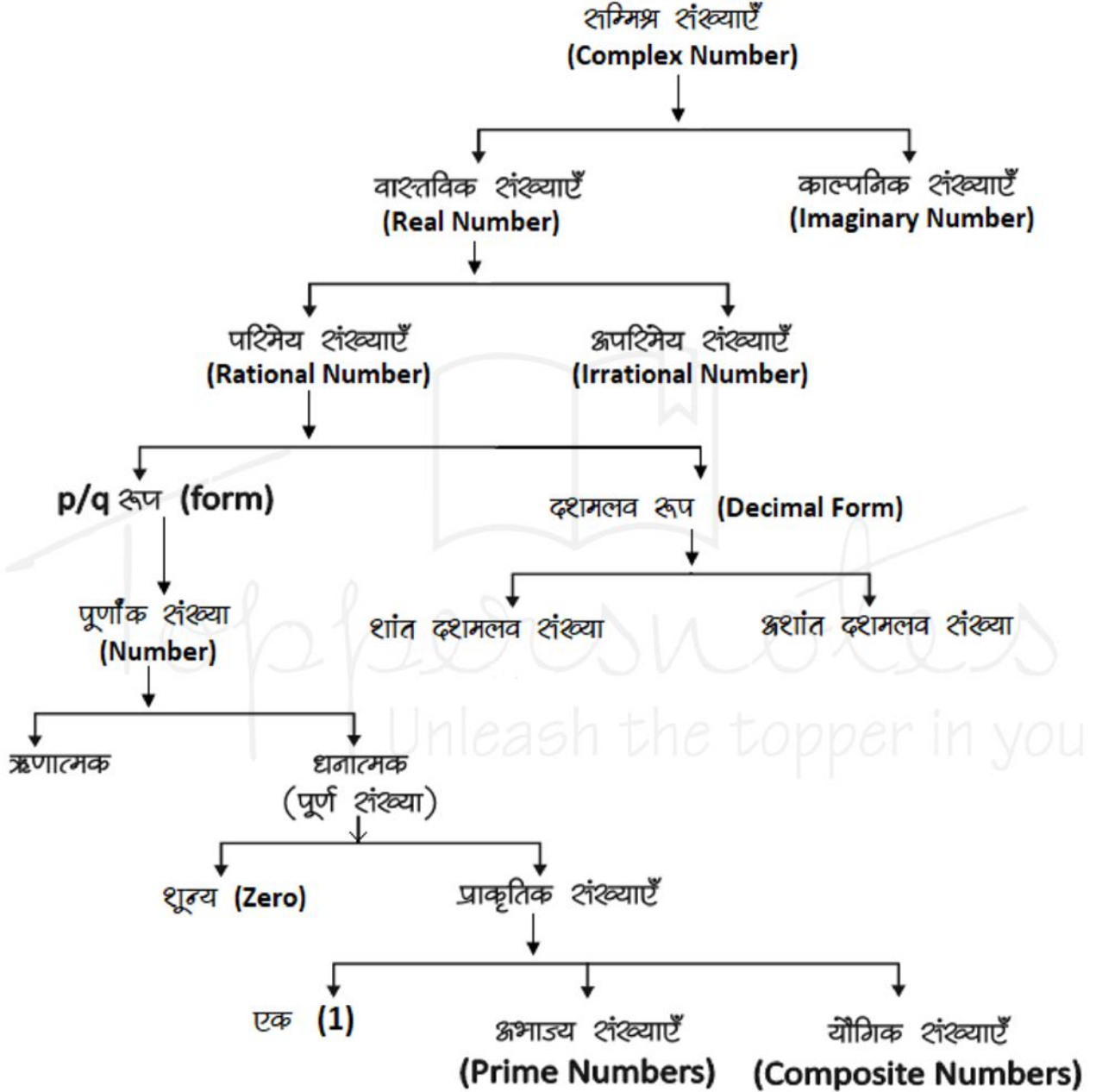
| | | |
|-----|---|----|
| 1. | संख्या पद्धति | 1 |
| 2. | सरलीकरण | 9 |
| 3. | औसत | 14 |
| 4. | लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक (LCM & HCF) | 18 |
| 5. | प्रतिशतता | 21 |
| 6. | लाभ – हानि | 25 |
| 7. | अनुपात एवं समानुपात | 30 |
| 8. | साधारण ब्याज | 35 |
| 9. | चक्रवृद्धि ब्याज | 39 |
| 10. | समय और कार्य | 42 |
| 11. | चाल, समय और दूरी (Speed, Time & Distance) | 45 |
| 12. | क्षेत्रमिति | 49 |
| 13. | डाटा इंटरप्रिटेशन | 67 |

रीजनिंग

| | | |
|----|---------------------------|-----|
| 1. | श्रृंखला | 79 |
| 2. | अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण | 83 |
| 3. | कूट-भाषा परीक्षण | 87 |
| 4. | दिशा और दूरी | 91 |
| 5. | क्रम और रैंकिंग | 97 |
| 6. | रक्त संबंध | 100 |
| 7. | बैठक व्यवस्था | 106 |
| 8. | मशीन एवं इनपुट | 111 |

| | | |
|-----|--------------------------|-----|
| 9. | शब्दों का तार्किक क्रम | 126 |
| 10. | लुप्त पदों का भरना | 130 |
| 11. | गणितीय संक्रियाएँ | 137 |
| 12. | कथन और निष्कर्ष | 139 |
| 13. | कथन और तर्क | 143 |
| 14. | कथन और धारणा | 147 |
| 15. | कथन और कार्यवाही | 152 |
| 16. | निर्णय एवं समस्या समाधान | 157 |
| 17. | सादृश्यता | 162 |
| 18. | आकृति सादृश्य | 167 |
| 19. | वर्गीकरण | 171 |
| 20. | आकृति वर्गीकरण | 175 |
| 21. | आव्यूह | 178 |

संख्या पद्धति (Number System)



ऋणात्मक संख्याएँ भी सम्मिलित हो, पूर्णांक संख्याएँ कहलाती हैं, इसे 1 से सूचित करते हैं।
 $I = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

प्राकृत संख्याएँ : जिन संख्याओं का इस्तेमाल वस्तुओं को गिनने के लिए किया जाता है, प्राकृत संख्या कहते हैं।

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
पूर्ण संख्याएँ : जब प्राकृत संख्याओं के परिवार में 0 को भी शामिल कर लेते हैं, तब वह पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं।

$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
 चार लगातार प्राकृतिक संख्याओं का गुणनफल हमेशा 24 से पूर्णतः विभाज्य होता है।

सम संख्याएँ : संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो सम संख्या कहलाती हैं।

n वां पद = $2n$
 प्रथम n सम संख्याओं का योग = $n(n+1)$
 प्रथम n सम संख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

$$\left\{ n = \frac{\text{अंतिम पद}}{2} \right\}$$

विषम संख्याएँ : वह संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम संख्याएँ होती हैं।

प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2
 $\left\{ n = \frac{\text{अंतिम पद} + 1}{2} \right\}$

प्राकृतिक संख्याएँ : प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग = $\frac{n(n+1)}{2}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के

$$\text{वर्गों का योग} = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

दो लगातार प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योगफल के बराबर होता है।

उदाहरण - $11^2 = 121$
 $12^2 = 144$

$11 + 12 \rightarrow 23$ Difference $144 - 121 = 23$

अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) - जिसके

सिर्फ दो form हो- $1 \times$ संख्या

जैसे - $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \dots\}$

जहाँ 1 Prime Number नहीं है।

2 एकमात्र सम Prime संख्या है।

3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।

1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9

25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6

1-50 तक कुल 15 Prime Number हैं।

51-100 तक कुल 10 Prime Number हैं।

अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number हैं।

1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46

1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62

1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78

1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

सह अभाज्य संख्याएँ - वह संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

उदाहरण - $(4,9), (15, 22), (39, 40)$

HCF = 1

Perfect Number (परफेक्ट संख्या) - वह संख्या

जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर)

उदाहरण - $6 \rightarrow 1, 2, 3 \rightarrow$ यहाँ $1+2+3 \rightarrow 6$

$28 \rightarrow 1, 2, 4, 7, 14 \rightarrow 1+2+4+7+14$

$\rightarrow 28$

परिमेय (Rational) संख्याएँ - वह संख्याएँ जिन्हें

P/Q form में लिखा जा सकता है, लेकिन Q जहाँ शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए।

उदाहरण - $2/3, 4/5, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$

अपरिमित (Irrational) संख्याएँ - इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

उदाहरण - $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26} \dots$

पूर्णवर्ग संख्या



Unit Digit जो वर्ग के हो सकते हैं जो नहीं हो सकते

- 0 2 _____
- 1 3 _____
- 4 7 _____
- 5 or 25 8 _____
- 6
- 9
- किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्याओं के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे।

नोट - अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवश्य याद होने चाहिए।

Binary व Decimal में बदलना

1. Decimal संख्या को Binary में बदलना
 किसी दशमलव संख्या के समतुल्य Binary number ज्ञात करने के लिए हम प्रदत्त दशमलव संख्या को लगातार 2 से तब तक भाग देते हैं जब तक कि अंतिम भागफल के रूप में 1 प्राप्त नहीं होता है।

उदाहरण -

| | |
|----|----------------------------------|
| 89 | $2 \times 44 = 88 ; 89 - 88 = 1$ |
| 44 | $2 \times 22 = 44 ; 44 - 44 = 0$ |
| 22 | $2 \times 11 = 22 ; 22 - 22 = 0$ |
| 11 | $2 \times 5 = 10 ; 11 - 10 = 1$ |
| 5 | $2 \times 2 = 4 ; 5 - 4 = 1$ |
| 2 | $2 \times 1 = 2 ; 2 - 2 = 0$ |
| 1 | अंतिम भागफल |

अतः 89 के समतुल्य Binary number = $(1011001)_2$

2. Binary को Decimal में बदलना

Binary system में 1 का मान जब वह हर बार अपनी बाईं ओर एक स्थान खिसकता है, स्वयं का दोगुना हो जाता है तथा जहाँ कहीं भी 0 आता है उसका मान 0 होता है।

उदाहरण -

| | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 2^6 | 2^5 | 2^4 | 2^3 | 2^2 | 2^1 | 2^0 |

Now

$$\begin{aligned}
 (1011001)_2 &= 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\
 &= 64 + 0 + 16 + 8 + 8 + 0 + 1 \{2^0 = 1\} = 89
 \end{aligned}$$

भाजकों की संख्या या गुणखंड की संख्या निकालना

पहले संख्या का अभाज्य गुणखंड करेंगे और उसे Power के रूप में लिखेंगे तथा प्रत्येक (Power) घात में एक जोड़कर घातो का गुणा करेंगे तो भाजकों की संख्या प्राप्त हो जायेगी।

उदाहरण - 2280 को कुल कितनी संख्याओं से पूर्णतः भाग दिया जा सकता है।

$$\begin{aligned}
 \text{हल - } 2280 &= 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 19^1 \\
 \text{भाजकों की संख्या} &= (3+1)(1+1)(1+1)(1+1) \\
 &= 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 32
 \end{aligned}$$

इकाई का अंक ज्ञात करना

- जब संख्या घात (power) के रूप में हो जब Base का इकाई अंक 0, 1, 5 या 6 हो, तो कोई भी प्राकृतिक घात के लिए परिणाम का इकाई अंक वही रहेगा।
 जब base का इकाई अंक 2, 3, 4, 7, 8, या 9 हो, तो Power में 4 से भाग देंगे और जितना शेष प्राप्त होगा उतना ही Base के इकाई अंक पर power रखेंगे। जब power, 4 से पूर्णतः कर जाता है तो base के इकाई अंक पर 4 power रखेंगे।

2. सरलीकरण के रूप में हो

प्रत्येक संख्या के इकाई के श्रृंखला को लिखकर चिन्ह के अनुसार सरल करेंगे जो परिणाम आयेगा उसका इकाई श्रृंखला उत्तर होगा।

Power वाली संख्याओं में भाग देना (भाजक निकालना)

- यदि $a^n + b^n$ दिया हो तो n विषम होने पर $(a+b)$ इसका भाजक होगा।
- यदि $a^n - b^n$ दिया हो तो n विषम होने पर भाजक $\rightarrow (a-b)$
 n सम होने पर भाजक $\rightarrow (a - b)$ या $(a + b)$ या दोनों।

- $a^n \div (a-1)$ हो, तो शेषफल हमेशा 1 बचेगा।
- $a^n \div (a+1)$
 - यदि n सम हो, तो हमेशा 1 बचेगा
 - यदि n विषम हो, तो शेषफल a होगा
- $(a^n + a) \div (a-1)$ हो, तो शेषफल 2 बचेगा
- $(a^n + a) \div (a+1)$
 - यदि n सम हो, तो शेषफल शून्य (0) होगा।
 - यदि n विषम हो, तो शेषफल $(a-1)$ होगा।

शांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ श्रृंखला के बाद खत्म हो जाये जैसे - 0.25, 0.15, 0.375 इतने भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है।

अशांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद चलते रहते हैं और ये दो तरह के हो सकते हैं।

0.3333, 0.7777, 0.183183183.....

- जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक। इतने भिन्न में लिखा जा सकता है।

Non Repeating Decimal

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नहीं करती।

आवर्ती दशमलव भिन्न

पुनरावृत्ति Repeating

वह दशमलव भिन्न दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक श्रृंखला की पुनरावृत्ति होती है तो बिंदु के बाद एक या अधिक श्रृंखला की पुनरावृत्ति होती है।

जैसे - $\frac{1}{3} = 0.333\dots$, $\frac{22}{7} = 3.14285714\dots$ ऐसी

भिन्नों को व्यक्त करने के लिए दोहराए जाने वाले श्रृंखला के ऊपर एक रेखा खींच देते हैं।

इतने बार बोलते हैं।

$$0.333\dots = 0.\overline{3}$$

$$\frac{22}{7} = 3.14285714\dots = 3.\overline{142857}$$

- शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले -

$$0.\overline{p} = \frac{p}{9} \quad 0.\overline{pq} = \frac{pq}{99} \quad 0.\overline{pqr} = \frac{pqr}{999}$$

- मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले -

$$0.p\overline{q} = \frac{pq-p}{90} \quad 0.pq\overline{r} = \frac{pqr-pq}{900}$$

$$0.p\overline{qrs} = \frac{pqr-p}{990} \quad 0.pq\overline{rs} = \frac{pqrs-pq}{9900}$$

उदाहरण - (i) $0.\overline{39} = \frac{39}{99} = \frac{13}{33}$

(ii) $0.6\overline{25} = \frac{625-6}{990} = \frac{619}{990}$

(iii) $0.35\overline{24} = \frac{3524-35}{9900} = \frac{3489}{9900} = \frac{1163}{3300}$

रोमन पद्धति के संकेतक

| | | |
|------|---|------|
| 1 | → | I |
| 2 | → | II |
| 3 | → | III |
| 4 | → | IV |
| 5 | → | V |
| 6 | → | VI |
| 7 | → | VII |
| 8 | → | VIII |
| 9 | → | IX |
| 10 | → | X |
| 20 | → | XX |
| 30 | → | XXX |
| 40 | → | XL |
| 50 | → | L |
| 100 | → | C |
| 500 | → | D |
| 1000 | → | M |

विभाजकता के नियम

| | |
|------|--|
| 2 से | अंतिम अंक 2म संख्या या शून्य (0) हो जैसे - 236, 150, 1000004 |
| 3 से | किसी संख्या में अंकों का योग 3 से विभाजित होगा तो पूर्ण संख्या 3 से विभाजित होगी। जैसे - 729, 12342, 5631 |
| 4 से | अंतिम दो अंक शून्य हो या 4 से विभाजित हो जैसे - 1024, 58764, 567800 |
| 5 से | अंतिम अंक शून्य या 5 हो जैसे - 3125, 625, 1250 |
| 6 से | कोई संख्या अगर 2 तथा 3 दोनों से विभाजित हो तो वह 6 से भी विभाजित होगी। जैसे - 3060, 42462, 10242 |
| 7 से | किसी संख्या के अंतिम अंक को 2 से गुणा करके शेष संख्या से घटाने पर यदि संख्या 0 या 7 का गुणज हो तो अथवा किसी भी अंक का 6 के गुणज में दोहराए तो संख्या 7 से विभाज्य होगी। जैसे - 222222, 444444444444, 7854 |
| 8 से | यदि किसी संख्या के अंतिम तीन अंक 8 से विभाज्य हो या अंतिम तीन अंक '000' (शून्य) हो। जैसे - 9872, 347000 |

| | |
|-------|---|
| 9 से | किसी संख्या के अंकों का योग अगर 9 से विभाज्य हो तो पूर्ण संख्या 9 से विभाज्य होगी। |
| 10 से | अंतिम अंक शून्य (0) हो तो |
| 11 से | विषम स्थानों पर अंकों का योग व सम स्थानों पर अंकों के योग का अंतर शून्य (0) या 11 या 11 का गुणज हो तो जैसे - 1331, 5643, 8172659 |
| 12 से | 3 व 4 के विभाज्य का संयुक्त रूप |
| 13 से | अंक का 6 बार दोहराए तो, या अंतिम अंक का 4 से गुणा करके शेष संख्या में जोड़ने पर संख्या अगर 13 से विभाजित हो तो पूर्ण संख्या 13 से विभाजित होगी। जैसे - 222222, 17784 |

अभ्यास प्रश्न

संख्याओं के योग, अंतर तथा गुणनफल पर
आधारित



उदा.1 यदि किसी संख्या का $\frac{3}{4}$ उस संख्या के $\frac{1}{6}$ से 7 अधिक है, तो उस संख्या $\frac{5}{3}$ क्या होगा ?

(a) 12 (b) 18

(c) 15 (d) 20

उत्तर (d)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योगफल तथा उनका गुणनफल a तथा b, उनके व्युत्क्रमों का योगफल होगा

(a) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ (b) $\frac{b}{a}$

(c) $\frac{a}{b}$ (d) $\frac{a}{ab}$

उत्तर (c) 1"

उदा.3 दो संख्याओं का योग 75 है और उनका अंतर 25 है, तो उन दोनों संख्याओं का गुणनफल क्या होगा ?

(a) 1350 (b) 1250

(c) 1000 (d) 125

उत्तर (b)

उदा.4 एक विद्यार्थी से किसी संख्या का $\frac{5}{16}$ ज्ञात करने के लिये कहा गया और गलती से उस संख्या का $\frac{5}{6}$ ज्ञात कर लिया अर्थात् उसका उत्तर सही उत्तर से 250 अधिक था तो दी हुई संख्या ज्ञात कीजिये ।

(a) 300 (b) 480

(c) 450 (d) 500

उत्तर (b)

रम, विषम तथा अभाज्य संख्याओं पर
आधारित



उदा.1 यदि किन्हीं तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 147 हो, तो बीच वाली संख्या होगी ।

(a) 47 (b) 48

(c) 49 (d) 51

उत्तर (c)

उदा.2 तीन अभाज्य संख्याओं का योग 100 है यदि उनमें से एक संख्या दूसरी संख्या से 36 अधिक हो तो एक संख्या क्या होगा ?

भाग, भागफल तथा शेषफल पर आधारित



उदा.1 64329 को जब किसी संख्या से भाग दिया जाता है, तो 175, 114 तथा 213 लगातार तीन शेषफल आते हैं तो भाज्य क्या है ?

(a) 184 (b) 224

(c) 234 (d) 296

उत्तर (c)

उदा.2 $(3^{25} + 3^{26} + 3^{27} + 3^{28})$ विभाजित है ।

(a) 11 (b) 16

(c) 25 (d) 30

उत्तर (d)

उदा.3 विभाजन के एक योगफल में विभाजक, भागफल का 12 गुना तथा शेषफल का 5 गुना है । तदनुसार, यदि उसमें शेषफल 36 हो, तो भाज्य कितना होगा ?

(a) 2706 (b) 2796

(c) 2736 (d) 2826

उत्तर (c)

उदा.2 निम्नलिखित को आरोही क्रम में सजाएँ -

$$\sqrt{7} - \sqrt{5}, \sqrt{5} - \sqrt{3}, \sqrt{9} - \sqrt{7}, \sqrt{11} - \sqrt{9}$$

उदा.3 संख्याओं $\frac{7}{9}, \frac{11}{13}, \frac{16}{19}, \frac{21}{25}$ को अवरोही क्रम में लिखिये ?

गुणनखंडों की संख्या पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 $\{(127)^{127} + (97)^{127}\}$ तथा $\{(127)^{97} + (97)^{97}\}$

का अभ्यनिष्ठ गुणनखण्ड क्या होगा ?

(a) 127

(b) 97

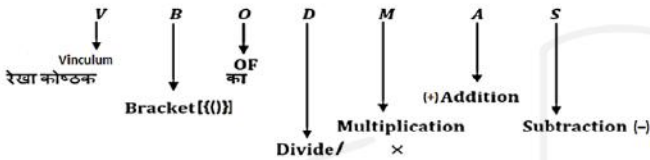
(c) 30

(d) 224

उदा.2 $\frac{(18)^{15} \times (75)^{16} \times (42)^{14}}{(35)^{12} \times (12)^{16}}$ में कितने शून्य खंड हैं ?

शरलीकरण (Simplification)

- शरलीकरण के अंतर्गत हम दिए गये अंकडों को शरल रूप में प्रदर्शित करते हैं जैसे कि अंकडे भिन्न में, दशमलव में, बट्टे में, घात में तथा Mathematical Operation को हल करके या रूप बदल के किया जाता है।
- यदि कुछ संख्या पर भिन्न-भिन्न प्रकार के Operation दिये हो तो हम उसे कैसे हल करे कि प्रश्न का उत्तर सही अाये उसके लिये एक Rule होता है जिसे हम VBODMAS का Rule कहते हैं।
- हम पहले कौनसा Operation करे, यह VBODMAS का Rule तय करता है।



- इन सभी गणितीय क्रियाओं में सबसे पहले V है जिसका मतलब Vinculum (रेखा कोष्ठक) है। यदि प्रश्न में रेखा कोष्ठक है तो सर्वप्रथम उसे हल करेंगे और उसके फिरे (BODMAS) Rule कार्य करेगा
- द्वितीय स्थान पर B (Bracket) मतलब कोष्ठक है जो निम्न हो सकते हैं-
 1. छोटा कोष्ठक ()
 2. मंझला कोष्ठक { }
 3. बडा कोष्ठक []
- सबसे पहले छोटा कोष्ठक, फिरे मंझला कोष्ठक और उसके बाद बडा कोष्ठक हल किया जाता है।
- तृतीय स्थान पर "O" है जो कि "of" या "Order" से बना है, जिसका मतलब "गुणा" से या "का" से होता है।
- चतुर्थ स्थान पर "D" है जिसका मतलब "Division" है, दिए गये व्यंजन में भिन्न-भिन्न क्रियाओं में सबसे पहले भाग करते हैं यदि दिया है तो।
- पंचम स्थान पर "M" है जिसका मतलब "Multiplication" है, दिये गए व्यंजन में

"Division" के बाद "Multiplication" (गुणा) करेंगे।

- छठा स्थान "A" रखता है जो "Addition" (जोडा) से संबंधित है। Division-multiplication के बाद Addition क्रिया होती है।
- सप्तम स्थान पर "S" है जो "Subtraction" से बना है।

प्रश्न. शरल कीजिए।

$$\left[3\frac{1}{4} \div \left\{ 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left(2\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \right\} \right] \div \left(\frac{1}{2} \text{ of } 4\frac{1}{3} \right)$$

हल Step 1 - सबसे पहले सभी मिश्र भिन्नो को साधारण भिन्नो में बदलते हैं।

$$\left[\frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \right\} \right] \div \left(\frac{1}{2} \text{ of } \frac{13}{3} \right)$$

अब VBODMAS के अनुसार

Step 2 -

$$\left[\frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} - \frac{3-2}{12} \right) \right\} \right] \div \left(\frac{1}{2} \text{ of } \frac{13}{3} \right)$$

Step 3 -

$$\left[\frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{12} \right) \right\} \right] \div \frac{13}{6}$$

Step 4 -

$$\left[\frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \times \left(\frac{30-1}{12} \right) \right\} \right] \div \frac{13}{6}$$

Step 5 -

$$\left[\frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{29}{12} \right\} \right] \div \frac{13}{6}$$

Step 6 - $\left[\frac{13}{4} \div \left\{ \frac{30-29}{24} \right\} \right] \div \frac{13}{6}$

Step 7 - $\left[\frac{13}{4} \div \frac{1}{24} \right] \div \frac{13}{6}$

$$\text{Step 8} - \left[\frac{13}{4} \times 24 \right] \div \frac{13}{6}$$

$$\text{Step 9} - 13 \times 6 \times \frac{6}{13}$$

$$= 36 \text{ Ans.}$$

बीजगणितीय सूत्र

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
4. $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$
5. $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$
6. $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a} \right)^2 - 2$
7. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2} \left[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \right]$
8. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
9. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
10. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
 $= \frac{1}{2}(a + b + c) \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}$

यदि $a + b + c = 0$ हो तो

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$11. a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a} \right)^3 - 3 \left(a + \frac{1}{a} \right)$$

$$12. a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a} \right)^3 + 3 \left(a - \frac{1}{a} \right)$$

समान्तर श्रेणी

वह श्रेणी जिसका प्रत्येक पद अपने पूर्व पद से कोई नियत शक्ति जोड़ने अथवा घटाने से प्राप्त होता है।

जैसे - 2, 5, 8, 11,

समान्तर श्रेणी का n वाँ पद

$$T_n = a + (n - 1)d$$

जहाँ a = प्रथम पद

d = शक्ति अंतर (द्वितीय पद - प्रथम पद)

n = पदों की संख्या

समान्तर श्रेणी के n पदों का योग $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$

यदि प्रथम व अंतिम पद ज्ञात हो तो $S_n = \frac{n}{2} [a + l]$

जहाँ l = अंतिम पद

दो शक्तियों के मध्य समान्तर माध्य $A = \frac{a+b}{2}$ [a, b का

समान्तर माध्य A है।]

गुणोत्तर श्रेणी

यदि श्रेणी के प्रत्येक पद का उसके पूर्व पद से अनुपात एक निश्चित शक्ति होती है तो गुणोत्तर श्रेणी होती है। इस निश्चित शक्ति को शक्ति अनुपात कहते हैं।

गुणोत्तर श्रेणी का n वाँ पद

$$T_n = a \cdot r^{n-1}$$

जहाँ a = प्रथम पद

r = शक्ति अनुपात

n = पदों की संख्या

गुणोत्तर श्रेणी के n पदों का योगफल

$$S_n = a \left(\frac{1-r^n}{1-r} \right); \text{ जब } r < 1 \quad S_n = a \left(\frac{r^n - 1}{r - 1} \right); \text{ जब } r > 1$$

1. दो शक्तियों के मध्य गुणोत्तर माध्य $G = \sqrt{ab}$

2. यदि दो घनात्मक शक्तियों a व b के मध्य समान्तर माध्य तथा गुणोत्तर माध्य A व G हैं तो

$$A > G, \quad \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$$

हरात्मक श्रेणी

किसी श्रेणी के पदों के व्युत्क्रम उसी क्रम में लिखने पर समान्तर श्रेणी में हो तो उसे हरात्मक श्रेणी कहते हैं।

हरात्मक श्रेणी का n वाँ पद

$$T_n = \frac{1}{a + (n-1)d}$$

$$\text{हरात्मक माध्य (H)} = \frac{2ab}{a+b}$$

समांतर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य में संबंध

माना A, G तथा H दो शक्तियों a व b के मध्य क्रमशः समांतर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य हैं तब

$$G^2 = AH \quad \text{तथा} \quad A > G > H$$

अभ्यास प्रश्न

VBODMAS – आधारित



उदा.1 The value of $24 \times 2 \div 12 + 12 \div 6$ of $2 \div (15 \div 8 \times 4)$ of $(28 \div 7$ of $5)$ is –

- (a) $4\frac{32}{75}$ (b) $4\frac{8}{75}$
 (c) $4\frac{2}{3}$ (d) $4\frac{1}{6}$

उदा.2 सरल करें

$$\left[3\frac{1}{4} \div \left\{ 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left(2\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \right\} \right] \div \left(\frac{1}{2} \text{ of } 4\frac{1}{3} \right)$$

उदा.3 सरल करें।

$$2\frac{3}{4} \div 1\frac{5}{6} \div \frac{7}{8} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) + \frac{5}{7} \div \frac{3}{4} \text{ of } \frac{3}{7}$$

(a) $\frac{56}{77}$ (b) $\frac{49}{80}$
 (c) $\frac{2}{3}$ (d) $3\frac{2}{9}$

वर्गान्तर तथा वर्गमूल आधारित



उदा.1 निम्नलिखित का मान है –

$$\sqrt{5 + \sqrt{11 + \sqrt{19 + \sqrt{29 + \sqrt{49}}}}} \text{ is}$$

- (a) 3 (b) 9
 (c) 7 (d) 5

उत्तर (a)

उदा.2 यदि $(102)^2 = 10404$ है, तो

$$\sqrt{104.04} + \sqrt{1.0404} + \sqrt{0.010404}$$

का मान किसके बराबर है ?

- (a) 0.306 (b) 0.0306
 (c) 11.122 (d) 11.322

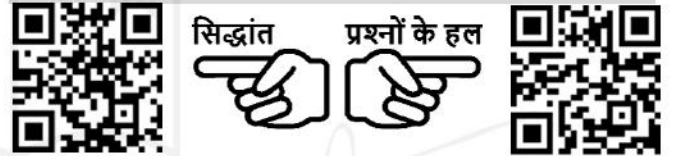
उत्तर (d)

उदा.3 $33 - 4\sqrt{35}$ का वर्गमूल क्या है ?

- (a) $\pm(2\sqrt{7} + \sqrt{5})$ (b) $\pm(\sqrt{7} + 2\sqrt{5})$
 (c) $\pm(\sqrt{7} - 2\sqrt{5})$ (d) $\pm(2\sqrt{7} - \sqrt{5})$

उत्तर (d)

घनान्तर तथा घनमूल आधारित



उदा.1 $(\sqrt{4^3 + 15^2})^3$ का मान क्या है ?

- (a) 4913 (b) 4313
 (c) 4193 (d) 3943

उत्तर (a)

उदा.2 710 में कौनसी छोटी संख्या जोड़ी जानी चाहिए ताकि योग एक पूर्ण घन बन जाए ?

- (a) 29 (b) 19
 (c) 11 (d) 21

उत्तर (b)

भिन्न आधारित



उदा.1 निम्नलिखित का मान है –

$$4 - \frac{5}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4}}}} \text{ is}$$

- (a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{64}$
 (c) $\frac{1}{16}$ (d) $\frac{1}{32}$

उत्तर (a)

उदा.2 यदि $2 = x + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$ है तो x का मान ज्ञात

करें।

- (a) $\frac{18}{17}$ (b) $\frac{21}{17}$

- (c) $\frac{13}{17}$ (d) $\frac{12}{17}$

उत्तर (b)

उदा.3 $999 \frac{998}{999} \times 999$ कितने बराबर है ?

- (a) 998999 (b) 999899
 (c) 989999 (d) 999989

उत्तर (a)

उदा.4 $\frac{1}{5} + 999 \frac{494}{495} \times 99$ का मान ज्ञात करें।

- (a) 90000 (b) 99000
 (c) 90900 (d) 99990

उत्तर (b)

बीजगणितीय सूत्रों पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 $\left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ के बराबर है ?

- (a) $2\frac{1}{2}$ (b) $3\frac{1}{2}$

- (c) $4\frac{1}{2}$ (d) $5\frac{1}{2}$

उत्तर (c)

उदा.2 $\frac{0.51 \times 0.051 \times 0.051 + 0.041 \times 0.041 \times 0.041}{0.51 \times 0.051 - 0.051 \times 0.041 + 0.041 \times 0.041}$ का मान क्या है ?

- (a) 0.92 (b) 0.092
 (c) 0.0092 (d) 0.00092

उत्तर (b)

श्रेणी आधारित (समानंतर श्रेणी, गुणोत्तर श्रेणी, हरात्मक श्रेणी)



प्रश्नों के हल



उदा.1 50 से कम 3 के सभी गुणजों का योगफल ज्ञात करें ?

- (a) 400 (b) 408
 (c) 404 (d) 412

उत्तर (b)

उदा.2 निम्नलिखित समानंतर श्रेणी में कितने पद हैं ?

7, 13, 19, , 205

उदा.3 5 के उन सभी घनात्मक गुणकों का योग ज्ञात करें जो 100 से कम हैं ?

समीकरण आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 एक पर्यटक प्रतिदिन उतने ही रुपये खर्च करता है जितने उसके पर्यटन के दिनों की संख्या है। उसका कुल खर्च रुपये 361 है, तो ज्ञात करें कि उसका पर्यटन कितने दिनों तक चला ?

- (a) 17 days (b) 19 days
 (c) 21 days (d) 31 days

उत्तर (b)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योग 22 है, और उनके वर्गों का योग 404 है, तो उन संख्याओं का गुणनफल ज्ञात करें ?

- (a) 40 (b) 44
 (c) 80 (d) 89

उत्तर (a)

उदा.3 जब एक दो अंकों की संख्या को उसके अंकों के योग से गुणा किया जाता है, तो गुणनफल 424 होता है। जब उसके अंकों को आपस में बदलने से प्राप्त संख्या को अंकों के योग से गुणा किया जाता है तो परिणाम 280 होता है। संख्या के अंकों का योग कितना है ?

(a) 7

(b) 9

(c) 6

(d) 8

उत्तर (d)

