



MP - PSC

राज्य सिविल सेवा

मध्यप्रदेश लोक सेवा आयोग

भाग - 11

संख्यात्मक योग्यता एवं डाटा इंटरप्रिटेशन



संख्यात्मक योग्यता एवं डाटा इंटरप्रिटेशन

क्रमांक	अध्याय का नाम	पृष्ठ संख्या
1.	प्रतिशत्ता	1
2.	लाभ-हानि	13
3.	साझेदारी	20
4.	औसत	25
5.	संख्या पद्धति	32
6.	इकाई मापन की विधियाँ	44
7.	सरलीकरण	48
8.	करणी व घातांक	60
9.	परिमाण का क्रम	74
10.	लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	77
11.	समय और कार्य	83
12.	चाल, समय और दूरी	90
13.	नाव और धारा	97
14.	साधारण ब्याज	103
15.	चक्रवृद्धि ब्याज	109
16.	अनुपात तथा समानुपात	117
17.	मिश्रण एवं एलीगेशन	125
18.	प्रायिकता	131

19.	सांख्यिकी (केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप)	145
20.	क्षेत्रमिति	155
21.	बीजगणित	174
22.	समुच्चय	188
23.	निदर्शन	192
24.	ज्यामिति	202
25.	डाटा इंटरप्रिटेशन	241

प्रतिशतता (Percentage)

- प्रतिशत का अर्थ है 'प्रति सैकड़ा' ।
- जिस भिन्न का हर 100 हो, उसे प्रतिशत कहते हैं और उस भिन्न का अंश प्रतिशत दर कहलाता है ।
- 100 में से 5 $= \frac{5}{100} = 5\%$
- 100 में से 10 $= \frac{10}{100} = 10\%$
- अर्थात् जब किसी राशि की तुलना 100 से की जाती है, तो वह प्रतिशत कहलाती है । जिससे तुलना की जाती है, वह आधार होता है । भिन्न में आधार हर को कहेंगे ।

प्रतिशत से भिन्न में रूपांतरण

$100\% = 1$	$10\% = \frac{1}{10}$	$5\frac{5}{19}\% = \frac{1}{19}$
$50\% = \frac{1}{2}$	$9\frac{1}{11}\% = \frac{1}{11}$	$5\% = \frac{1}{20}$
$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$	$8\frac{1}{3}\% = \frac{1}{12}$	$4\frac{1}{6}\% = \frac{1}{24}$
$25\% = \frac{1}{4}$	$7\frac{9}{13}\% = \frac{1}{13}$	$4\% = \frac{1}{25}$
$20\% = \frac{1}{5}$	$7\frac{1}{7}\% = \frac{1}{14}$	$2\frac{1}{2}\% = \frac{1}{40}$
$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$	$6\frac{2}{3}\% = \frac{1}{15}$	$37\frac{1}{2}\% = \frac{3}{8}$
$14\frac{2}{7}\% = \frac{1}{7}$	$6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}$	$62\frac{1}{2}\% = \frac{5}{8}$
$12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$	$5\frac{15}{17}\% = \frac{1}{17}$	$57\frac{1}{7}\% = \frac{4}{7}$
$11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$	$5\frac{5}{9}\% = \frac{1}{18}$	$66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$
$80\% = \frac{4}{5}$	$75\% = \frac{3}{4}$	

नोट -

- (i) किसी भिन्न या दशमलव भिन्न या पूर्णांक को प्रतिशत में बदलने के लिए उसे 100 से गुणा करते हैं।
- (ii) प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए उसे 100 से भाग देते हैं।
- एक संख्या, दूसरी संख्या का कितना प्रतिशत है -

$$\text{राशि\%} = \frac{\text{दी गई संख्या}}{\text{मूल (दूसरी संख्या)}} \times 100$$

उदा.1 48 का कितने प्रतिशत 6 है ?

हल. माना 48 का $x\% = 6$

$$\text{तब } 48 \times \frac{x}{100} = 6 \Rightarrow \frac{12x}{25} = 6$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \times 25}{12} = 12 \frac{1}{2}$$

48 का $12 \frac{1}{2}\% = 6$ है।

श्रुत: एकमात्र मूल्य - वृद्धि 21 प्रतिशत के समतुल्य है।

उदा.2 $\frac{9}{16}$ को दश प्रतिशत में बदलें ?

$$\text{हल: } \frac{9}{16} = \left(\frac{9}{16} \times 100 \right) \% = \frac{225}{4} \% = 56 \frac{1}{4} \%$$

उदा.3 जब किसी संख्या के 60% में से 60 घटाया जाता है, तो परिणाम 60 प्राप्त होता है। संख्या है-

(a) 120

(b) 150

(c) 180

(d) 200

हल: (b) माना संख्या x है। तब,

$$x \times 60\% - 60 = 60$$

$$\Rightarrow 0.60x - 60 = 60$$

$$\Rightarrow 0.60x = 120$$

$$\Rightarrow x = \frac{120}{0.60}$$

$$x = 200$$

∴ संख्या 200 है।

किन्ही राशि में दो बार लगातार प्रतिशत परिवर्तन होता हो -

Case I - यदि $x_1\%$ व $x_2\%$ की वृद्धि हो, तो

$$\text{प्रतिशत वृद्धि} = x_1 + x_2 + \frac{x_1 \cdot x_2}{100}$$

Case II - यदि $x_1\%$ व $x_2\%$ की कमी हो, तो -

$$\text{प्रतिशत कमी} = x_1 + x_2 - \frac{x_1 \cdot x_2}{100}$$

Case III - यदि $x_1\%$ की वृद्धि तथा $x_2\%$ की कमी हो, तो

$$\text{प्रतिशत परिवर्तन} = x_1 - x_2 - \frac{x_1 \cdot x_2}{100} \left[\begin{array}{l} x_1 = \text{हमेशा प्रतिशत वृद्धि} \\ x_2 = \text{हमेशा प्रतिशत कमी} \end{array} \right]$$

नोट - खर्च, बिक्री से प्राप्त आय, राजस्व, क्षेत्रफल इत्यादि में प्रतिशत परिवर्तन निकालना हो, तो Same Rule का प्रयोग करेंगे।

उदा.1 किन्ही वस्तु की 10% तथा 10% की दो क्रमवार मूल्य वृद्धियाँ किन्ही एकमात्र मूल्य-वृद्धि के समतुल्य हैं ?

- (a) 19% (b) 20% (c) 21% (d) 22%

हल: माना किन्ही वस्तु का प्रारम्भिक मूल्य = 100

नया मूल्य = 100 का 110% का 110%

$$\left(100 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \right) = 121 = 21\%$$

अतः एकमात्र मूल्य वृद्धि 21 प्रतिशत के समतुल्य है

उदा.2 लैपटॉप की कीमत में 25% की वृद्धि हुई। जब दूसरी बार कीमत में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई कि कुल वृद्धि 35% हो गई ?

- (a) 7.5 (b) 9 (c) 8 (d) 10

हल: विधि।

दिया है-

मूल्य में 25% की वृद्धि हुई = x

कुल 35% की वृद्धि हुई।

सूत्र :

$$\text{कुल वृद्धि} = x + y + xy/100$$

गणना :

$$\Rightarrow 35 = 25 + y + (25 \times y/100)$$

$$\Rightarrow 35 = 25 + y + y/4$$

$$\Rightarrow 140 = 100 + 4y + y$$

$$\Rightarrow 140 - 100 = 5y$$

$$\Rightarrow 40 = 5y$$

$$\Rightarrow y = 8$$

∴ दूसरी बार वृद्धि 8% है ।

विधि II

माना लैपटॉप का मूल्य = 100

मूल्य	प्रथम वृद्धि	द्वितीय वृद्धि
100	125	135
	+25%	?
+35%		

प्रतिशत वृद्धि = $\frac{135 - 125}{125} \times 100$

= $\frac{10}{125} \times 100 = 8\%$

उदा.3 किसी झौजार का मूल्य प्रतिवर्ष 20% घटता है । 3 वर्ष के बाद उस झौजार का मूल्य कितना कम होगा ?

- (a) 48.8% (b) 51.2% (c) 54% (d) 60%

हल: विधि I

(a) 20% = 1/5

प्रारम्भिक	अन्तिम
5	4
5	4
5	4
125	64

अभिष्ट प्रतिशत $\frac{61}{125} \times 100 = 48.8\%$

विधि II

माना श्रौजार का मूल्य = x

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned}
 8 \text{ वर्ष बाद मूल्य} &= x \times \frac{80}{100} \times \frac{80}{100} \times \frac{80}{100} \\
 &= \frac{64}{125}x
 \end{aligned}$$

$$\text{मूल्य में कमी} = x - \frac{64}{125}x = \frac{61}{125}x$$

$$\text{प्रतिशत कमी} = \frac{\frac{61}{125}x}{x} \times 100 = 48.8\%$$

जनसंख्या से संबंधित सूत्र

- यदि किसी शहर की जनसंख्या P हो एवं यह $x\%$ प्रतिवर्ष की दर से बढ़ रही हो, तो n वर्षों के बाद जनसंख्या

$$= P \left(1 + \frac{x}{100} \right)^n$$

- यदि कम हो रही हो, तो जनसंख्या $= P \left(1 - \frac{x}{100} \right)^n$

उदा.1 यदि किसी शहर की जनसंख्या 4% प्रति वर्ष की दर से बढ़ रही हो तथा लोगों की वर्तमान संख्या 15625 हो, तो 3 वर्ष बाद जनसंख्या क्या होगी ?

हल: अभीष्ट जनसंख्या $= 15625 \left(1 + \frac{4}{100} \right)^3$

$$= 15625 \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} = 17576$$

उदा.2 किसी शहर की जनसंख्या 8000 है। यदि पुरुषों की संख्या 6 प्रतिशत की दर से बढ़े एवं महिलाओं की संख्या में वृद्धि की दर 10 प्रतिशत हो, तो जनसंख्या 8600 हो जाएगी। शहर में महिलाओं की संख्या ज्ञात करें।

हल: मान कि महिलाओं की संख्या = x

तो x का 110% + (8000 + x) का 106% = 8600

$$\text{या } \frac{110x}{100} + \frac{106(8000 - x)}{100} = 8600$$

$$\text{या } x(110 - 106) = 8600 \times 100 - 8000 \times 106$$

$$\therefore x = \frac{8600 \times 100 - 8000 \times 106}{110 - 106} = \frac{12000}{4} = 3000$$

उदा.3 1988 में किसी शहर की जनसंख्या 12% कम हो गई। 1989 में इसमें 15% की वृद्धि हुई। 1990 के आरंभ में शहर की जनसंख्या पर कुल मिलाकर कितना प्रभाव पड़ा था ?

$$\text{हल: } \% \text{ प्रभाव} = \% \text{ वृद्धि} - \% \text{ ह्रास} - \frac{(\% \text{ वृद्धि})(\% \text{ ह्रास})}{100}$$

$$= 15 - 12 - \frac{15 \times 12}{100} = 15 - 13.8 = 1.2$$

\therefore जनसंख्या में 1.2% की वृद्धि हुई।

- यदि किसी राशि का x प्रतिशत पहले व्यक्ति ने ले लिया हो, शेष का y प्रतिशत दूसरे व्यक्ति ने लिया हो तथा जो शेष बचे उसके z प्रतिशत तीसरे व्यक्ति द्वारा लेने के उपरान्त यदि A राशि बच जाए, तो आरंभ में कुल राशि

$$= \frac{A \times 100 \times 100 \times 100}{(100 - x)(100 - y)(100 - z)}$$

- वस्तुओं के भाव में वृद्धि या कमी हो जाने पर उसके उपभोग में कमी अथवा वृद्धि

$$(a) \text{ उपभोग में वृद्धि } \% = \frac{100 \times \text{कमी}}{100 - \text{कमी}}$$

$$(b) \text{ उपभोग में कमी } \% = \frac{100 \times \text{वृद्धि}}{100 + \text{वृद्धि}}$$

उदा.1 चीनी के भाव में 40% वृद्धि होने पर किसी परिवार को चीनी की वार्षिक खपत कितने प्रतिशत कम करनी होगी जिससे परिवार का खर्च न बढ़े ?

- (a) $24\frac{4}{7}\%$ (b) $28\frac{4}{7}\%$ (c) $29\frac{4}{7}\%$ (d) $30\frac{4}{7}\%$

हल: विधि I

माना पहले खपत = 100 इकाई तथा मूल्य प्रति इकाई = ₹100.

पहले कुल खर्च = ₹ (100 x 100) = ₹10000

नया मूल्य = 140 प्रति इकाई तथा माना नई खपत = (100 - X) इकाई

अब खर्च = $140 \times (100 - x) \times (14000 - 140x)$

$$14000 - 140x = 10000$$

$$\Rightarrow 140x = 4000$$

$$\Rightarrow x = \frac{4000}{140} = \frac{200}{7}\% = 28\frac{4}{7}\%$$

$$\text{खपत में कमी} = 28\frac{4}{7}\%$$

विधि II

$$\text{उपभोग में कमी \%} = \frac{100 \times \text{वृद्धि}}{100 + \text{वृद्धि}}$$

$$\begin{aligned}
 \text{कमी \%} &= \frac{100 \times 40}{100 + 40} \\
 &= \frac{4000}{140} = \frac{200}{7} \\
 &= 28\frac{4}{7}\%
 \end{aligned}$$

उदा.2 चीनी के मूल्य में 10% कमी होने पर कोई गृहिणी ₹ 1116 में 6.2 किग्रा. चीनी अधिक्त खरीद सकती है। चीनी का घटा हुआ मूल्य प्रति किग्रा. कितना है ?

- (a) ₹ 12 (b) ₹ 14 (c) ₹ 16 (d) ₹ 18

हल: विधि I

माना पहले भाव = x प्रति किग्रा.

अब भाव

$$= \frac{90x}{100} \text{ रुपये प्रति किग्रा.} = \frac{9x}{10} = \text{प्रति किग्रा.}$$

$$\frac{116}{(9x/10)} - \frac{1116}{x} = 6.2$$

$$\Rightarrow \frac{1240}{x} - \frac{1116}{x} = 6.2$$

$$6.2x = (1240 - 1116) = 124$$

$$\Rightarrow x = \frac{124}{6.2} = \frac{1240}{62} = 20$$

घटा भाव = $\left(\frac{90}{100} \times 20\right)$ /किग्रा. = ₹ 18 किग्रा.

विधि II

वर्तमान मूल्य के लिए

$Rs \times \% \text{ change} = \text{वजन (कम/ज्यादा)}$

$$1116 \times \frac{10}{100} = 6.2$$

$$\Rightarrow \frac{1162}{62} = 18 \text{ रू.} \Rightarrow \text{वर्तमान मूल्य}$$

उदा.3 पेट्रोल के मूल्य में 10% कमी होने पर एक उपभोक्ता को पेट्रोल की खपत में कितनी वृद्धि करनी होगी, जिससे उसका पेट्रोल पर खर्च न घटे ?

(a) $11\frac{1}{9}\%$

(b) $12\frac{1}{3}\%$

(c) $10\frac{1}{2}\%$

(d) 14%

हल: विधि

माना पहले पेट्रोल का खपत = 100 इकाई तथा इसका मूल्य = ₹100 प्रति इकाई

कुल मूल्य = ₹ (100 x 100) = ₹ 10000

नया मूल्य = ₹90 प्रति इकाई

माना नई खपत = (100 x x) इकाई

अब, कुल मूल्य = (₹100 + x) x 90 = ₹ (9000 + 90x)

$$\therefore 9000 + 90x = 10000 = 90x = 1000$$

$$\Rightarrow x = \frac{1000}{90} = \frac{100}{9} = 11\frac{1}{9}$$

खपत में वृद्धि = $11\frac{1}{9}\%$

विधि II

$$\text{उपभोग में वृद्धि} = \frac{100 \times \text{कमी}}{100 - \text{कमी}}$$

$$\text{वृद्धि \%} = \frac{100 \times 10}{100 - 10}$$

$$= \frac{1000}{90} = \frac{100}{9}$$

$$= 11\frac{1}{9}\%$$

- यदि किसी समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक भुजा या शीर्षलम्ब, वर्ग के प्रत्येक भुजा या विकर्ण या परिमिती, वृत्त की त्रिज्या, व्यास या परिधि, घन या घनाभ के प्रत्येक भुजा, किसी गोला या ऊर्ध्वगोला के त्रिज्या या व्यास इत्यादि में x प्रतिशत की वृद्धि या कमी कर दी जाए, तो उसके क्षेत्रफल में प्रतिशत कमी या वृद्धि

$$= 2x \pm \frac{x^2}{100} \pm \text{वृद्धि} - \text{कमी}$$

उदा.1 जब त्रिज्या में 25% की वृद्धि की जाती है, तो वृत्त के क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए ?

- (a) 50% (b) 56.25% (c) 56% (d) 56.15%

हल: क्रमिक वृद्धि = $A + B + (AB/100)$

$$= 25 + 25 + (25 \times 25/100)$$

$$= 50 + 6.25 \Rightarrow 56.25\%$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि} = 56.25\%$$

उदा.2 किसी घन के सतह के क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी, जब इसकी प्रत्येक भुजा दो गुणी कर दी जाती है ?

- (a) 200% (b) 300% (c) 150% (d) 50%

हल: (b)

हम जानते हैं कि

$$\Rightarrow \text{घन के सतह का कुल क्षेत्रफल} = 6a^2$$

\Rightarrow यदि दोनों भुजाओं को गुणा कर दिया जाये, तो

$$1 \rightarrow 2$$

$$1 \rightarrow 2$$

$$\text{कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} \rightarrow \frac{1}{3}$$

$$4 \leftarrow \text{नया पृष्ठीय क्षेत्रफल}$$

$$\therefore \text{घन के सतह के क्षेत्रफल वृद्धि होगी} = \left(\frac{3}{1} \times 100\% \right) = 300\%$$

उदा.3 यदि एक लम्ब वृतीय बेलन के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई में से प्रत्येक में 20% की वृद्धि की जाती है, तो बेलन का आयतन कितना बढ़ जाएगा ?

- (a) 40% (b) 60% (c) 72.80% (d) 96%

हल: विधि I

माना बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः r और h है।

इसका आयतन $v = \pi r^2 h$

$$\text{नई त्रिज्या} = r + \frac{20}{100}r = \frac{6}{5}r$$

$$\text{और नई ऊँचाई} = h + \frac{20}{100}h = \frac{6}{5}h$$

$$\text{अतः, नया आयतन } V_1 = \pi \left(\frac{6}{5}\right)^2 \times \left(\frac{6}{5}h\right) = \frac{216}{125} \pi r^2 h$$

$$\text{अतः, आयतन में वृद्धि} = \frac{216}{125} \pi r^2 h - \pi r^2 h = \frac{91}{125} \pi r^2 h$$

$$\text{अतः प्रतिशत वृद्धि} = \frac{\frac{91}{125} \pi r^2 h}{\pi r^2 h} \times 100 = \frac{91}{125} \times 100$$

$$= \frac{364}{5} = 72.8$$

विधि II

$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \pi \cdot r \cdot rh$$

यहाँ दो बार क्रमिक परिवर्तन सूत्र का उपयोग करेंगे

$$\text{प्रथम बार} = 20 + 20 + \frac{20 \times 20}{100}$$

$$= 44\%$$

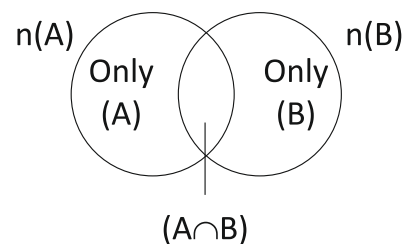
$$\text{द्वितीय बार} = 44 + 20 + \frac{44 \times 20}{100} = 64 + 8.8 = 72.8\%$$

समुच्चय पर आधारित प्रश्न

प्र. $n(A \cup B) = A$ व B मिलकर या कम से कम एक हो।

$n(A \cap B) =$ दोनों में शामिल हो।

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$



केवल $A = n(A) - n(A \cap B)$

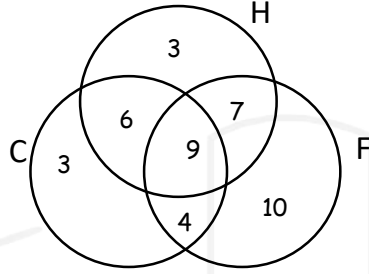
केवल $B = n(B) - n(A \cap B)$

उदा.1 किसी विद्यालय में क्रिकेट टीम में 22, हॉकी टीम में 25 तथा फुटबॉल टीम में 30 लडके हैं। जब यदि 15 लडके हॉकी और क्रिकेट, 16 लडके हॉकी और फुटबॉल, 13 लडके फुटबॉल और क्रिकेट तथा 9 लडके हॉकी, फुटबॉल और क्रिकेट खेलते हैं, तो खेलने वाले कुल लडको की संख्या ज्ञात कीजिए ?

हल: माना C, H और F क्रमशः क्रिकेट, हॉकी तथा फुटबॉल खेलने वाले लडको का समुच्चय है।

दिया है $n(C) = 22, n(H) = 25, n(F) = 30, n(C \cap H \cap F) = 9$

$n(C \cap H) = 15, n(H \cap F) = 16$ तथा $n(C \cap F) = 13$



जब केवल C व H, खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या $= n(C \cap H) - n(C \cap H \cap F)$
 $= 15 - 9 = 6$

केवल H व F खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या $= n(H \cap F) - n(C \cap H \cap F)$

केवल C व F खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या $= n(C \cap F) - n(C \cap H \cap F)$
 $= 13 - 9 = 4$

केवल C खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या $= 22 - 6 - 9 - 4 = 3$

केवल H खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या $= 25 - 6 - 9 - 4 = 10$

तथा केवल F खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या $= 30 - 7 - 9 - 4 = 10$

अतः खिलाड़ियों की कुल संख्या $= 3 + 6 + 3 + 9 + 7 + 10 + 4 = 42$

उदा.2 एक दफ्तर में 72% कर्मचारी चाय पीना पसंद करते हैं तथा 44% कॉफी पीना पसंद करते हैं। यदि प्रत्येक कर्मचारी दोनों में से एक अवश्य पसंद करें तथा 40 दोनों को पसंद करें, तो दफ्तर में कुल कर्मचारियों की संख्या कितनी है ?

- (a) 200 (b) 240 (c) 250 (d) 320

हल: (c)

विधि।

माना कर्मचारियों की कुल संख्या $= x$

$$\text{तब : } n(A) = \left(\frac{72}{100} \times x\right) = \frac{18x}{25}, n(B) = \left(\frac{44}{100} \times x\right) = \frac{11x}{25}$$

$$\text{तथा } n(A \cap B) = 40$$

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = \left(\frac{18x}{25} + \frac{11x}{25} - 40\right) \Rightarrow \left(\frac{29x}{25} - x\right) = 40$$

$$4x = (40 \times 25) \Rightarrow x = 250$$

अतः दफ्तर में कुल कर्मचारियों की संख्या = 250

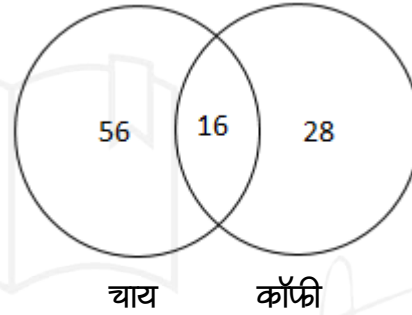
विधि II

$$\text{चाय} = 72\%$$

$$\text{कॉफी} = 44\%$$

$$\begin{aligned} \text{दोनों (चाय + कॉफी)} &= 72 + 44 + 100 \\ &= 116 - 100 \\ &= 16\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{कुल कर्मचारी} &= \frac{40}{16} \times 100 \\ &= 250 \end{aligned}$$



उदा.3 एक परीक्षा में 34% विद्यार्थी गणित में फेल हुए तथा 41% अंग्रेजी में। यदि 20% विद्यार्थी दोनों विषयों में फेल हुए हो, तब दोनों विषयों में उत्तीर्ण होने वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत कितना है?

- (a) 44% (b) 50% (c) 54% (d) 56%

हल: (A)

माना A = गणित के फेल विद्यार्थियों का समुच्चय तथा B = अंग्रेजी के फेल विद्यार्थियों का समुच्चय

$$\text{तब } n(A) = 34, n(B) = 42 \text{ तथा } n(A \cap B) = 20$$

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= (34 + 42 - 20) = 56$$

अतः एक या दोनों विषयों में फेल होने वालों की संख्या = 56

उत्तीर्ण होने वाले परीक्षार्थियों का प्रतिशत = $(100 - 56)\% = 44\%$

लाभ - हानि (Profit & Loss)

- क्रय मूल्य CP (Cost Price) – वस्तु का खरीद मूल्य ।
- विक्रय मूल्य SP (Selling Price) – जितने रुपये में वस्तु बेची जाती है ।
- श्रंक्ति मूल्य (MRP) - एक वस्तु के MRP को श्रंक्ति मूल्य या छपा मूल्य या सूची मूल्य कहते हैं ।
- छूट (Discount) शदैव श्रंक्ति मूल्य (MRP) पर दिया जाता है ।
- छूट (Discount) की दशा में MRP शदैव 100 % होता है । ($SP = MRP$)
- यदि $S.P. > C.P.$ हो तो लाभ होगा ।

$$\text{लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य} \quad (\text{Profit} = SP - CP)$$

- यदि $S.P. < C.P.$ हो तो हानि होगी ।

$$\text{हानि} = \text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य} \quad (\text{Loss} = SP - CP)$$

$$\text{लाभ \%} = \frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100$$

- लाभ व हानि हमेशा क्रय मूल्य पर निकाली जाती हैं ।

$$\text{हानि \%} = \frac{\text{हानि}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100$$

$$\text{विक्रय मूल्य (SP)} = \frac{100 - \text{लाभ \%}}{100} \times \text{क्रय मूल्य (CP)}$$

$$\text{विक्रय मूल्य (SP)} = \frac{100 - \text{हानि \%}}{100} \times \text{क्रय मूल्य (CP)}$$

$$\text{क्रय मूल्य (CP)} = \frac{100}{100 - \text{लाभ \%}} \times \text{विक्रय मूल्य (SP)}$$

$$\text{क्रय मूल्य (CP)} = \frac{100}{100 - \text{हानि \%}} \times \text{विक्रय मूल्य (SP)}$$

- यदि किसी वस्तु की शंख्या के रूप में क्रय मूल्य या विक्रय मूल्य दिया हो तो x वस्तु का क्रय मूल्य y वस्तु के विक्रय मूल्य के बराबर है ।

$$\text{विक्रय मूल्य} = x, \quad \text{क्रय मूल्य} = y$$

$$\text{लाभ या हानि प्रतिशत} = \frac{(x - y) \times 100}{y} \quad \begin{array}{l} + = \% \text{ लाभ} \\ - = \% \text{ हानि} \end{array}$$

- यदि वस्तु खरीदने का Rate दिया हो तो बेचने का Rate निकालना
 n रुपये में a की दर से वस्तु खरीदी जाती है, तो एक वस्तु का $CP = n/a$

$$SP = \frac{n}{a} \left(\frac{100 \pm r}{100} \right) \quad \begin{array}{l} \text{श्रंश - रूपया} \\ \text{हर - रूपया} \end{array}$$

- यदि बेचना वाला मूल्य दिया हो तो खरीदने वाला मूल्य निकालना

$$CP = \frac{n}{a} \times \left(\frac{100}{100 \pm r} \right)$$

जब लाभ और हानि दोनों समान हो तो क्रय मूल्य (CP) = $\frac{\text{विक्रय मूल्य का योग}}{2}$

प्रश्न 1. एक विक्रेता किसी वस्तु को 1040 रुपये में बेचकर जितना लाभ प्राप्त करता है उतनी ही हानि होती है जब उसे 928 रुपये में बेचा जाता है तो बताइए वस्तु का क्रय मूल्य कितना रुपये है।

हल $\text{क्रय मूल्य} = \frac{1040 + 928}{2} \Rightarrow \frac{1968}{2} = 984$ रुपये उत्तर

- यदि विक्रय मूल्य प्रतिशत लाभ या हानि दिया हुआ हो।
 विक्रय मूल्य पर $x\%$ लाभ होता है।

$$\text{विक्रय मूल्य} = 100, \text{ लाभ} = x, CP = 100 - x$$

$$\text{वास्तविक प्रतिशत लाभ} = \frac{x \times 100}{100 - x}$$

$$\text{विक्रय मूल्य पर } x\% \text{ हानि होती हो तो हानि प्रतिशत} = \frac{x \times 100}{100 + x}$$

प्रश्न 2. एक विक्रेता दो समान मूल्य वाले घड़ियों को 20% लाभ पर बेचने का दावा करता है लेकिन एक के विक्रय मूल्य पर लाभ लेता है यदि दोनों घड़ियों के विक्रय मूल्य का अंतर 48 रुपये हो तो प्रत्येक घड़ी का क्रय मूल्य क्या है ?

हल प्रथम का % लाभ = $\frac{20 \times 100}{80} = 25\%$

प्रश्नानुसार, $25\% - 20\% = 48 \Rightarrow 5\% = 48$

$$100\% = \frac{48}{5} \times 100 = 96 \text{ रूपये}$$

- यदि दो वस्तुओं को $x\%$ लाभ एवं $x\%$ हानि पर बेचा जाए और उनके विक्रय मूल्य समान हो जाए तो हमेशा हानि होगी \Rightarrow हानि प्रतिशत = $\frac{x^2}{100}$

- जब एक बेईमान व्यापारी खोटे बाट का इस्तेमाल करता हो - यदि कोई बेईमान दुकानदार अपनी वस्तुओं को क्रय मूल्य पर बेचता है परन्तु सही वजन की जगह कम वजन का प्रयोग करता है तो उसका लाभ प्रतिशत = $\frac{\text{सही वजन} - \text{कम वजन}}{\text{कम वजन}} \times 100$

- भाव में गिरावट होने पर वस्तु की मात्रा में कमी वृद्धि
 Present Price (वर्तमान मूल्य) Rs % change = $\frac{\text{कम/अधिक वस्तु/मात्रा}}{\text{वर्तमान मूल्य}} \times 100$

उदाहरण

उदा.1 150 रुपये से 300 रुपयेके बीच के मूल्यों पर किताबें खरीदी जाती हैं और 250 रुपयेसे 350 रुपये के बीच के मूल्यों पर उन्हें बेचा जाता है, तो 15 किताबों को बेचने पर अधिकतम लाभ क्या होगा ?

- (a) निर्धारित नहीं किया जा सकता है ।
 (b) ₹ 750
 (c) ₹ 4,250
 (d) ₹ 3,000

उत्तर (d)

हल 1 पुस्तक का क्रय मूल्य 150 रुपये से 300 रुपये के बीच में है ।

1 पुस्तक का विक्रय मूल्य 250 रुपये से 350 रुपये के बीच में है ।

अधिकतम लाभ के लिए क्रय मूल्य न्यूनतम होना चाहिए और विक्रय मूल्य अधिकतम होना चाहिए ।

इसलिए CP = 150

SP = 350

लाभ = SP – CP

= 350 – 150

= Rs. 200/book

15 पुस्तकों पर कुल लाभ = $200 \times 15 = ₹ 3000$

उदा.2 एक व्यक्ति कुछ वस्तुएँ P रुपयेप्रति दर्जन के भाव से खरीदता है तथा $(P/8)$ रुपये प्रति वस्तु के भाव से बेच देता है, उसका लाभ प्रतिशत कितना है ?

- (a) 30%
 (b) 40%
 (c) 50%
 (d) 60%

उत्तर (c)

हल एक दर्जन वस्तुओं का क्रय मूल्य = P रुपये

एक दर्जन वस्तुओं का विक्रय मूल्य = $\left(\frac{P}{8} \times 12\right)$ रुपये = $\frac{3P}{2}$ रुपये

लाभ = $\left(\frac{3P}{2} - P\right)$ रुपये = $\frac{P}{2}$ रुपये

लाभ % = $\left(\frac{P}{2} \times \frac{1}{P} \times 100\right)\% = 50\%$ उत्तर

उदा.3 यदि एक वस्तु का विक्रय मूल्य क्रय मूल्य का $1\frac{1}{3}$ है, लाभ % ज्ञात कीजिये ।

- (a) 25%
 (b) $33\frac{1}{3}\%$
 (c) 1.33%
 (d) $66\frac{2}{3}\%$

उत्तर (b)