



SSC



DELHI POLICE

CONSTABLE

भाग – 1

गणित एवं तर्कशक्ति



DELHI CONSTABLE

क्र.सं.	अध्याय	पृष्ठ सं.
गणित		
1.	संख्या पद्धति	1
2.	सरलीकरण	9
3.	करणी व घातांक	14
4.	प्रतिशतता	18
5.	बट्टा	23
6.	लाभ – हानि	26
7.	औसत	31
8.	अनुपात एवं समानुपात	35
9.	साधारण ब्याज	40
10.	चक्रवृद्धि ब्याज	44
11.	समय और कार्य	48
12.	चाल, समय और दूरी	51
13.	क्षेत्रमिति	55
14.	त्रिकोणमिती	72
15.	बीजगणितीय सर्वसमिकाएँ	78
16.	समीकरण	81
17.	गुणनखण्ड	82
तार्किक योग्यता Verbal Reasoning		
1.	अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण	84
2.	कूट-भाषा परीक्षण	88
3.	वर्गीकरण	92
4.	सादृश्यता	96
5.	श्रृंखला	101
6.	रक्त संबंध	105

7.	क्रम और रैंकिंग	111
8.	न्याय निगमन	114
9.	वेन आरेख	120
10.	पासा	125
11.	गणितीय संक्रियाएँ	129
Non-Verbal Reasoning (Figure Based)		
19.	आकृति श्रृंखला	131
20.	आकृति सादृश्य	136
21.	दर्पण एवं जल प्रतिबिम्ब	140
22.	आकृति निर्माण	144
23.	अपूर्ण आकृति को पूरा करना	147
24.	सन्निहित आकृतियाँ	152
25.	आकृतियों की गणना	156
26.	कागज मोडना एवं काटना	163



इस QR Code को Scan कर इसमें दिए गये Video को देखकर जाने कि किताब में दिए गये QR Codes का उपयोग किस प्रकार करना है।

श्रौशत (Average)

श्रौशत = परीक्षणों का योग / परीक्षणों की संख्या



सिद्धांत



संख्या आधारित श्रौशत (सूत्र)

1. प्रथम n प्राकृत संख्याओं का श्रौशत = $\frac{(n+1)}{2}$
2. प्रथम n क्रमागत सम संख्याओं का श्रौशत = $(n+1)$
3. प्रथम n क्रमागत विषम संख्याओं का श्रौशत = n
4. प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का श्रौशत = $\frac{(n+1)(2n+1)}{6}$
5. प्रथम n प्राकृत संख्याओं के घनों का श्रौशत = $\frac{\{n(n+1)^2\}}{4}$
6. 1 से लेकर n तक की विषम संख्याओं का श्रौशत = $\frac{(n+1)}{2}$, (जहाँ n = श्रुनितम विषम संख्या)
7. 1 से लेकर n तक की सम संख्याओं का श्रौशत = $\frac{(n+2)}{2}$, (n जहाँ = श्रुनितम सम संख्या)
8. यदि समान दूरी तय करने में क्रमशः चाल a किमी./घंटा श्रौशत b किमी./घंटा हो, तो श्रौशत चाल = $\frac{2ab}{(a+b)}$ होगी।
9. यदि समान दूरी के लिए श्रौशत चाल a किमी./घंटा, b km/hr किमी./घंटा तथा c किमी./घंटा हो, तो श्रौशत चाल = $\frac{3abc}{(ab+bc+ca)}$ किमी./घंटा होगी।
10. P व्यक्तियों में से एक व्यक्ति, जिसका श्रौशत भार x किग्रा. है, चला जाता है के स्थान पर एक नया व्यक्ति आ जाता है, जिससे व्यक्तियों का श्रौशत भार y किग्रा. बढ़ जाता है, तो नये व्यक्ति का भार = $(x + P \times y)$ किग्रा.
11. P व्यक्तियों की श्रौशत आयु x वर्ष है। Q व्यक्तियों के श्रौशत शामिल हो जाने पर श्रौशत आयु y वर्ष हो जाती है, तो नये व्यक्तियों की श्रौशत आयु = $x + (y - x) \times \frac{(P+Q)}{Q}$ वर्ष
12. P व्यक्तियों की श्रौशत आयु x वर्ष है। Q व्यक्तियों के बाहर चले जाने से व्यक्तियों की श्रौशत आयु y

वर्ष हो जाती है, तो बाहर जाने वाले व्यक्तियों की श्रौशत आयु = $x - [(y - x) \times \frac{(P-Q)}{Q}]$ वर्ष

13. x बच्चों की श्रौशत आयु y वर्ष है। यदि बच्चों की आयु में पिता की आयु जोड़ दी जाती है, तो उनकी श्रौशत आयु z वर्ष हो जाती है। पिता की आयु = $z \times (x + 1) - y \times x$ वर्ष
14. P छात्रों की श्रौशत आयु x वर्ष है। एक छात्र के बाहर चले जाने पर छात्रों की श्रौशत आयु y वर्ष हो जाती है, तो बाहर जाने वाले छात्र की श्रौशत आयु = $P \times x - (P - 1)y$ वर्ष
15. किसी संस्थान में कुल P कर्मचारियों व अधिकारियों के वेतन का श्रौशत मान प्रतिमाह ₹ x हो तथा अधिकारियों के वेतन का श्रौशत मान प्रतिमाह ₹ y तथा कर्मचारियों के वेतन का श्रौशत मान प्रतिमाह ₹ z है तो, संस्था में कुल कर्मचारियों की संख्या = $\frac{(x-y) \times P}{(z-y)}$
16. यदि प्रत्येक शशि को x गुना कर दिया जाए तो श्रौशत भी x गुना हो जाता है।

हल सहित उदाहरण

संख्या आधारित



सिद्धांत



प्रश्नों के हल



- उदा.1 18 संख्याओं का श्रौशत 42 है। यदि प्रत्येक संख्या को $1\frac{1}{2}$ गुना कर दिया जाए, तो परिणामी संख्या का श्रौशत कितना होगा ?
- उदा.2 प्रथम 50 प्राकृत संख्याओं का श्रौशत कितना है ?
- उदा.3 प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं के वर्गों का श्रौशत कितना है ?

(a) 35.5	(b) 36
(c) 37.5	(d) 38.5
- उदा.4 5 संख्याओं का योग 240 है। इनमें से पहली दो संख्याओं का श्रौशत 30 है तथा श्रुनितम दो संख्याओं का श्रौशत 70 है, तीसरी संख्या क्या है ?

(a) 40	(b) 60
(c) 75	(d) निर्धारित नहीं किया जा सकता

- उदा.5 दो संख्याओं A तथा B का औसत 20, B तथा C का औसत 19 और C तथा A का औसत 21 है, A का मान कितना है ?
- (a) 24 (b) 2
(c) 20 (d) 18

बल्लेबाजी/ गेंदबाजी आधारित



- उदा.1 किरी बल्लेबाज ने बारहवीं पाटी में 63 रन बनाये जिससे उसके रनों की औसत में 2 रन की वृद्धि हो जाती है, बारहवीं पाटी के बाद उसके रनों का औसत कितना है ?
- (a) 41 (b) 42
(c) 34 (d) 35

बारहवीं पाटी के बाद औसत = अंतिम पाटी के रन
- (पाटियों की संख्या - 1) औसत में बढ़ती

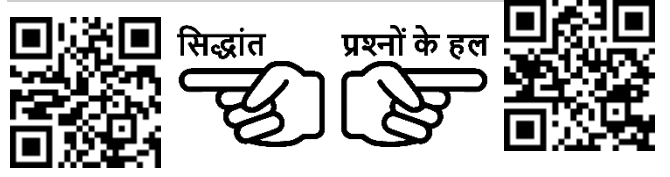
$$63 - (12 - 1) \times 2$$

$$63 - 22 = 41$$

- उदा.2 एक क्रिकेट मैच में पहले 10 ओवर में रन रेट केवल 3.2 थी। 282 रन के लक्ष्य को पूरा करने हेतु शेष 40 ओवर के लिए रन रेट क्या होनी चाहिए ?
- (a) 6.25 (b) 6.50
(c) 6.75 (d) 7.0

- उदा.3 एक क्रिकेटर का गेंदबाजी औसत 12.4 था। अपने अंतिम मैच में 26 रन देकर 5 विकेट लेने पर उन्होंने अपने गेंदबाजी औसत में 0.2 अंको का सुधार किया। पिछले मैच से पहले उनके द्वारा लिए गए विकेटों की संख्या कितनी थी ?
- (a) 125 (b) 150
(c) 175 (d) 200

चाल संबंधी औसत



- उदा.1 एक स्थान A से B तक एक मोटरसाइकिल की औसत चाल 65 किमी/घण्टा रही तथा B से A तक जाने में इसकी औसत चाल 60 किमी/घण्टा थी। पूरी यात्रा में मोटरसाइकिल की औसत चाल कितनी थी ?
- (a) 62.5 किमी/घण्टा (b) 72.2 किमी/घण्टा
(c) 62.4 किमी/घण्टा (d) 60.8 किमी/घण्टा
- उदा.2 एक हवाई जहाज किरी वर्गाकार खेत के चारों भुजाओं के ऊपर 200, 400, 600 एवं 800 किमी. प्रति घण्टा की रफ्तार से चलता है। तो पूरी यात्रा के लिए हवाई जहाज की औसत चाल ज्ञात करें ? (किमी/घण्टा में)
- (a) 600 किमी./घंटा (b) 400 किमी./घंटा
(c) 500 किमी./घंटा (d) 384 किमी./घंटा

किरी शमूह में व्यक्तियों के ज्ञाने जाने पर आधारित



- उदा.1 तीन आदमियों A, B एवं C का औसत भार 84 किग्रा. है। एक दूसरा आदमी D इस शमूह में शामिल हो जाता है और अब औसत भार 80 किग्रा. हो जाता है। यदि एक और आदमी E जिसका भार D के भार से 3 किग्रा. ज्यादा है A की जगह पर शमूह में आता है, तो B, C, D एवं E का औसत भार 79 किग्रा. हो जाता है। A का भार ज्ञात करें ?
- (a) 70 किग्रा. (b) 72 किग्रा.
(c) 75 किग्रा. (d) 80 किग्रा.

- उदा.2 25 लडकों की औसत ऊँचाई 1.4 मीटर है, इस ग्रुप में से 5 लडकों के कैम्प छोड़ जाने के बाद शेष लडकों की औसत ऊँचाई में 0.15 मीटर की

वृद्धि हो जाती है, जाने वाले 5 लडकों की औसत ऊँचाई कितनी है ?

- (a) 0.8 मीटर (b) 0.9 मीटर
(c) 0.95 मीटर (d) 1.05 मीटर

श्राय तथा व्यय श्राधारित



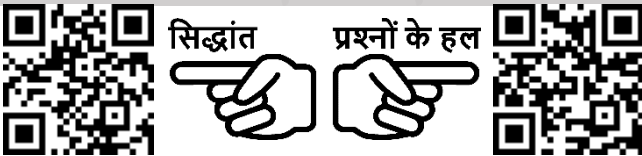
उदा.1 A तथा B की औसत मासिक श्राय ₹14,000 B तथा C की औसत मासिक श्राय ₹15,600 और A तथा C की औसत मासिक श्राय ₹ 14,400 है । B की मासिक श्राय कितनी है ?

- (a) 12,400 रुपये (b) 12,800 रुपये
(c) 15,200 रुपये (d) 16,000 रुपये

उदा.2 एक परिवार का औसत मासिक व्यय प्रथम तीन माह ₹ 2,200 है, श्रगले चार माह का ₹ 2,550 है, और अंतिम पाँच का ₹ 3,120 है । यदि पूरे वर्ष की बचत ₹ 1,260 हो, तो औसत मासिक श्राय ज्ञात करें ?

- (a) 1,260 रुपये (b) 1,280 रुपये
(c) 2,805 रुपये (d) 2,850 रुपये

श्रायु श्राधारित



उदा.1 3 वर्ष पहले, 5 सदस्यों वाले परिवार की औसत श्रायु 17 वर्ष है । एक बच्चे का जन्म होता है फिर भी परिवार की वर्तमान औसत श्रायु 3 वर्ष पहले की औसत श्रायु के समान है । बच्चे की वर्तमान श्रायु ज्ञात करें ?

- (a) 2 वर्ष (b) 2.4 वर्ष
(c) 3 वर्ष (d) 1.5 वर्ष

उदा.2 एक परिवार में पिता तथा माता की औसत श्रायु 35 वर्ष है । पिता, माता तथा उनके एकमात्र पुत्र की औसत श्रायु 27 वर्ष है । पुत्र की श्रायु कितनी है ?

- (a) 12 वर्ष (b) 11 वर्ष
(c) 10.5 वर्ष (d) 10 वर्ष

तापमान श्राधारित

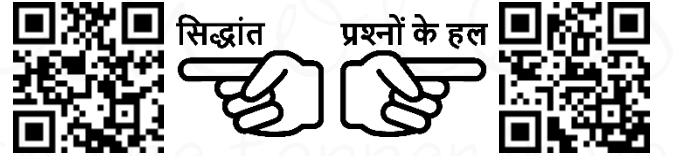


उदा.1 सोमवार, मंगलवार एवं बुधवार का औसत ताप 75 °C था । मंगलवार, बुधवार एवं गुरुवार का औसत ताप 77°C था । यदि गुरुवार का ताप 76°C था, तो सोमवार का ताप ज्ञात कीजिए ?

उदा.2 एक नगर के एक महीने के चार दिनों का औसत ताप 58°C था । यदि दूसरे तथा तीसरे दिन का औसत ताप 44 °C है तथा पहले तथा चौथे दिन के ताप में अनुपात 7 : 11 है, तो पहले तथा चौथे दिन का ताप ज्ञात करो ?

- (a) 50°C, 100°C (b) 54°C, 88°C
(c) 46°C, 76°C (d) 56°C, 88°C

व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करना



उदा.1 एक प्राथमिक विद्यालय में, छात्रों की औसत श्रायु 8 वर्ष और 12 शिक्षकों की औसत श्रायु 45 वर्ष है । यदि सभी की औसत श्रायु 9 साल है, तो छात्रों की संख्या क्या है ?

- (a) 432 (b) 540
(c) 408 (d) 416

उदा.2 12000 शिपाहियों की एक सेना में भारतीय तथा अंग्रेज है । एक अंग्रेज की औसत ऊँचाई 5 फुट 10 इंच है और भारतीय की औसत ऊँचाई 5 फुट 9 इंच है । पूरी सेना की औसत ऊँचाई 5 फुट 9 $\frac{3}{4}$ इंच है । सेना में भारतीयों की संख्या ज्ञात करो ?

- (a) 2500 (b) 3000
(c) 2800 (d) 2200

सही-गलत श्रंक आघारित



उदा.1 35 बच्चों की एक कक्षा के औसत श्रंक 35 है । 35 श्रंक प्राप्त करने वाले एक विद्यार्थी के श्रंक गलती से 65 लिखे गए । कक्षा की सही औसत क्या है ?

- (a) 33.76 (b) 4.14
(c) 35.24 (d) 36.50

उदा.2 512 पृष्ठों वाली एक पुस्तक में छापाई की त्रुटियों की औसत संख्या 4 प्रति पृष्ठ है, यदि प्रथम 302 पृष्ठों में इन त्रुटियों की संख्या 998 हो, तो शेष पृष्ठों में त्रुटियों की औसत संख्या प्रति पृष्ठ कितनी है ?

- (a) 4 (b) 5
(c) 5.5 (d) 6.5

परीक्षा श्रंक आघारित



उदा.1 एक परीक्षा में छात्रों के एक समूह के प्राप्तांकों का समान्तर माध्य 52 था । उनमें सबसे अच्छे 20 प्रतिशत छात्रों को औसतन 80 श्रंक मिले और सबसे खराब 25 प्रतिशत छात्रों को औसतन 31 श्रंक, तब शेष 55 प्रतिशत छात्रों के प्राप्तांकों का औसत क्या था ?

- (a) 45 (b) 50
(c) 51.4 लगभग (d) 54.6 लगभग

उदा.2 एक समूह में विद्यार्थियों के औसत श्रंक 63 है । इनमें से 3 के प्राप्तांक 78, 69 तथा 48 है, शेष 6 विद्यार्थियों के औसत श्रंक कितने है ?

- (a) 63.5 (b) 64
(c) 63 (d) 62.5
(e) इनमें से कोई नहीं

अनुपात एवं समानुपात (Ratio & Proportion)



अनुपात

दो राशियों का अनुपात वह भिन्न है, जिसके द्वारा एक राशि के पदों में दूसरी राशि का अभिव्यक्त किया जा सकता है।

अनुपात - समानुपात दो मात्राओं का भाग द्वारा एक तुलना है। a से b का अनुपात निम्न तरीके से लिखा जा सकता है।

$$a : b = \frac{a}{b} = a \div b$$

मिश्रित अनुपात

दो या दो से अधिक अनुपात के पूर्व पदों के गुणनफल तथा अंतिम पदों के गुणनफल से बने नए अनुपात को मिश्रित अनुपात कहते हैं।

जैसे - $4 : 3, 9 : 13, 26 : 5, 2 : 15$ का मिश्रित अनुपात

$$\frac{4 \times 9 \times 26 \times 2}{3 \times 13 \times 5 \times 15} = \frac{16}{25}$$

विलोम या व्युत्क्रमानुपात

वह अनुपात जिसमें पहली प्रकार की राशि के बढ़ने से दूसरी प्रकार की राशि घटे, विलोमानुपात कहलाता है।

$$a : b \text{ का विलोमानुपात } = \left(\frac{1}{a} : \frac{1}{b} \right) \times (a \text{ तथा } b \text{ का LCM})$$

सम्मिलित अनुपात

1. यदि पहली व दूसरी राशियों के बीच अनुपात = $a : b$
 दूसरी व तीसरी राशियों के बीच अनुपात = $c : d$
 तब तीनों राशियों के बीच सम्मिलित अनुपात

$$\begin{array}{ccc}
 a & : & b \\
 \swarrow & & \searrow \\
 & c & : d \\
 \hline
 ac & : & bc : bd
 \end{array}$$

उदा. यदि $A : B = 4 : 5$ तथा $B : C = 6 : 7$ तो $A : C = ?$

$$\begin{array}{ccc}
 \text{हल} & A : B : C \\
 & 4 : 5 \\
 & \swarrow \quad \searrow \\
 & \quad 6 : 7 \\
 \hline
 & 24 : 30 : 35
 \end{array}$$

अतः $A : C = 24 : 35$

2. पहली व दूसरी राशि के बीच अनुपात = $a : b$
 दूसरी व तीसरी राशि के बीच अनुपात = $c : d$
 तीसरी व चौथी राशि के बीच अनुपात = $e : f$

$$\begin{array}{ccc}
 a & : & b \\
 \swarrow & & \searrow \\
 & c & : d \\
 \swarrow & & \searrow \\
 & e & : f \\
 \hline
 ace & : & bce : bde : bdf
 \end{array}$$

उदा. यदि $A : B = 1 : 2, B : C = 3 : 4, C : D = 2 : 3$ तब $A : B : C : D = ?$

$$\begin{array}{cccc}
 \text{हल} & A & : & B & : & C & : & D \\
 & 1 & : & 2 & & & & \\
 & & & & 3 & : & 4 & \\
 & & & & & & 2 & : & 3 \\
 \hline
 & 6 & : & 12 & : & 16 & : & 24 \text{ या } 3 : 6 : 8 : 12
 \end{array}$$

समानुपात

$6 : 18$ एवं $8 : 24$ दोनों में ही 6, 18 का एक तिहाई व 8, 24 का एक तिहाई है। अनुपातों की इस समानता को ही समानुपात कहते हैं।

a, b, c, d को पद कहा जाता है। a पहला पद है, b दूसरा, c तीसरा एवं d चौथा पद है।

- a, d बाह्य पद है।
- b, c मध्य पद है।
- d चौथा समानुपाती है।
- व्यंजक $a : b : c : d$ से

1. प्रथम समानुपाती = $a = \frac{b^2}{c}$
2. मध्य समानुपाती = $b = \sqrt{ac}$
3. तृतीय समानुपाती = $c = \frac{b^2}{a}$

उदा. 6 तथा 9 का प्रथम समानुपाती क्या होगा ?

$$\text{हल } a = \frac{b^2}{c} = \frac{6^2}{9} = \frac{36}{9} = 4$$

उदा. 0.32 तथा 0.02 का मध्य समानुपाती क्या होगा ?

हल $b = \sqrt{ac} \Rightarrow$
 $\sqrt{0.32 \times 0.02} = \sqrt{0.0064} \Rightarrow 0.08$ उत्तर

अनुपात के गुण

1. एकांतशुपात (Alternendo)

यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ तो $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

2. योगानुपात (Componendo)

यदि $a:b::c:d$ हो
 तो $(a+b):b::(c+d):d$

अर्थात् $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

तो $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

3. अंतशुपात (Dividendo)

यदि $a:b::c:d$ तो
 $(a-b):b::(c-d):d$

अर्थात् $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ तब $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

4. योगान्तशुपात (Compendo & Dividendo)

यह योगानुपात तथा अन्तशुपात का सम्मिलित है।

यदि $a:b::c:d$ एक समानुपात हो।

तो $(a+b):(a-b)::(c+d):(c-d)$

या $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

यदि x को P तथा Q के मध्य $a:b$ के अनुपात में बाँटा जाता हो, तो

P का भाग = $\frac{a}{a+b} \times x$

Q का भाग = $\frac{b}{a+b} \times x$

P तथा Q के भागों का अंतर = $\frac{a-b}{a+b} \times x$
 (जहाँ $a > b$)

यदि दूध और पानी के x लीटर मिश्रण में दूध एवं पानी $a:b$ के अनुपात में हो तो उस मिश्रण में दूध एवं पानी का अनुपात $c:d$ करने के लिए उसमें

$\frac{x(ad-bc)}{c(a+b)}$ लीटर पानी मिलाना होगा।

निकालने की प्रक्रिया बार-बार दोहराने पर

- एक कंटेनर जिसमें a लीटर द्रव है, b लीटर निकालकर उसकी जगह पर उतना ही पानी मिला दिया जाता

है। यह प्रक्रिया 'n' बार दोहराई जाती है तो n वी क्रिया के बार कंटेनर में बचे हुए दूध की मात्रा -

$$= a \left(1 - \frac{b}{a}\right)^n \text{ लीटर}$$

- P, Q, R के भागों में $a:b:c$ का अनुपात होने पर यदि P का भाग x हो तो -
 - Q का भाग = $\frac{b}{a} \times x$
 - R का भाग = $\frac{c}{a} \times x$
 - Q तथा R के भागों का अंतर = $\frac{b-c}{a} \times x$ (जहाँ $b > c$)
 - P, Q तथा R का कुल भाग = $\frac{a+b+c}{a} \times x$
- यदि हिस्सा में जोड़ने या घटाने के बाद अनुपात प्राप्त होता है।

$$x = \frac{\text{कुल राशि} \pm \text{अतिरिक्त राशि}}{\text{अनुपात का योग}}$$

उदा. A के हिस्से में 20 रुपये मिला दिये जाए तथा B के हिस्से से 25 रुपये निकाले जाये तो उनके हिस्सों का अनुपात 4:5 हो जाता है। यदि कुल राशि 2165 रुपये हो तो A का हिस्सा कितना रुपया होगा।

हल $\frac{2165-5}{9} \Rightarrow \frac{2160}{9} = 240$

$A + 20 = 4 \times 240$

$A = 960 - 20 = 940$

$B - 25 = 5 \times 240$

$B = 1200 + 25 = 1225$

मोमबत्ती पर आधारित प्रश्न

समान ऊँचाई की दो मोमबत्तियाँ एक ही समय पर जलाई जाती हैं। पहली मोमबत्ती T_1 घंटे में पूरी जलती है तथा दूसरी मोमबत्ती T_2 घंटे में पूरी जलती है, तो $\frac{T_1 T_2 (a-b)}{aT_1 - bT_2}$

घंटे बाद बचे हुए भाग की ऊँचाई का अनुपात $a:b$ होगा।

अभ्यास प्रश्न

शाधारण अनुपात-आधारित



उदा.1 यदि 1000 रुपये को A तथा B में 3:2 के अनुपात में विभक्त करें, तो A को प्राप्त होंगे -
 (a) 400 रुपये (b) 500 रुपये
 (c) 600 रुपये (d) 800 रुपये

उत्तर (c)

उदा.2 किसी मैदान की लम्बाई तथा चौड़ाई का अनुपात 5:2 है। यदि मैदान की चौड़ाई 40 मीटर हो, तो मैदान की लम्बाई ज्ञात करें ?
 (a) 200 मीटर (b) 100 मीटर
 (c) 50 मीटर (d) 80 मीटर

उदा.3 एक पेपर बण्डलों से भरा हुआ बक्सा 36 किलोग्राम वजनी है। यदि बक्से और पेपर बण्डल का वजन 3:22 के अनुपात में हो तो पेपर का वजन ज्ञात करें।
 (a) 30680 ग्राम (b) 30710 ग्राम
 (c) 31500 ग्राम (d) 31680 ग्राम

उत्तर (d)

संख्याओं के जोड़, गुणन और घटाने पर आधारित



उदा.1 दो प्राकृत संख्याएँ 3:5 के अनुपात में हैं तथा इनका गुणनफल 2160 है। इनमें से छोटी संख्या क्या होगी ?
 (a) 36 (b) 24
 (c) 8 (d) 12

उत्तर (a)

उदा.2 तीन संख्याएँ क्रमशः 3:4:5 के अनुपात में हैं। पहली तथा तीसरी संख्या का योग दूसरी संख्या से 52 अधिक है तो सबसे बड़ी संख्या क्या है ?
 (a) 65 (b) 52
 (c) 79 (d) 63
 (e) इनमें से कोई नहीं

उत्तर (a)

उदा.3 दो संख्याओं के अन्तर, योगफल तथा गुणनफल का अनुपात 1:7:24 है, इन संख्याओं का गुणनफल कितना होगा ?

- (a) 36 (b) 52
 (c) 48 (d) 40

उत्तर (c)

अनुपात-समानुपात पर आधारित



उदा.1 वह कौन-सी भिन्न है जिसका $\frac{1}{27}$ के साथ वही

अनुपात है जो $\frac{3}{11}$ तथा $\frac{5}{9}$ का अनुपात है ?

- (a) $\frac{1}{11}$ (b) $\frac{3}{11}$
 (c) 55 (d) $\frac{1}{55}$

उत्तर (d)

उदा.2 16 तथा 24 का तृतीयानुपाती क्या है ?

- (a) 20 (b) 18
 (c) 36 (d) 40

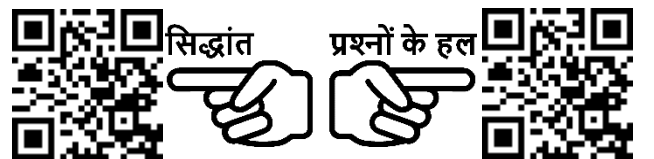
उत्तर (c)

उदा.3 6 तथा 54 के बीच मध्यानुपाती क्या है ?

- (a) 9 (b) 12
 (c) 16 (d) 18

उत्तर (d)

सम्मिलित/मिश्र अनुपात ज्ञात करना



उदा.1 If $2A = 3B = 4C$, then A: B: C

- (a) 2: 3: 4 (b) 4: 3: 2
 (c) 6: 4: 3 (d) 3: 4: 6

उत्तर (c)

उदा.2 यदि $a:b = \frac{2}{9}:\frac{1}{3}$, $b:c = \frac{2}{7}:\frac{5}{14}$ तथा

$d:c = \frac{7}{10}:\frac{3}{5}$ हो तो $a:b:c:d = ?$

- उदा.3 If $(a + b) : (b + c) : (c + a) = 6 : 7 : 8$ and $(a + b + c) = 14$, then the value of c is -
- (a) 6 (b) 7
(c) 8 (d) 14

उत्तर (a)

श्राय/व्यय पर श्राधारित



- उदा.1 व्यक्ति के खर्च और बचत का अनुपात 26 : 3 है। यदि उसकी मासिक श्राय 14,500 रुपये हो, तो उसकी मासिक बचत कितनी है ?

- (a) 580 (b) 700
(c) 1,500 (d) 1,560

उत्तर (c)

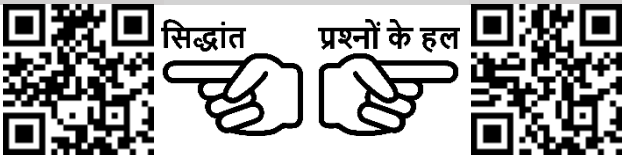
- उदा.2 A तथा B की मासिक श्राय का अनुपात 5 : 4 है, मासिक खर्च का अनुपात 19 : 21 है तथा उनकी मासिक बचत का अनुपात 37 : 18 है। यदि A तथा B की कुल वार्षिक बचत 66,000 रुपये हो, तो प्रत्येक की मासिक श्राय कितनी है ?

- उदा.3 A और B की साप्ताहिक श्राय का अनुपात 9 : 7 और खर्च का अनुपात 4 : 3 है। यदि प्रत्येक 200 रुपये की बचत करता है तो उसकी श्राय का योग कितना होगा ?

- (a) 3,600 (b) 3,200
(c) 4,800 (d) 5,600

उत्तर (b)

शिककों पर श्राधारित



- उदा.1 एक थैली में 1 रुपये, 50 पैसे तथा 25 पैसे के शिकके 5 : 6 : 8 के अनुपात में हैं। यदि इस थैली में कुल 210 रुपये हो तो प्रत्येक प्रकार के शिककों की संख्या ज्ञात कीजिए ?

- उदा.2 1 रुपये, 50 पैसे तथा 25 पैसे के 378 शिककों के मूल्यों 13 : 11 : 7 है, इनमें से 50 पैसे के शिककों की संख्या कितनी है ?

- (a) 128 (b) 132
(c) 133 (d) 136

उत्तर (b)

श्रौशत व श्रायु श्राधारित



प्रश्नों के हल



- उदा.1 दो लडकों की श्रायु का वर्तमान अनुपात 5 : 6 है। 2 साल बाद यह अनुपात 7 : 8 हो जाता है। तो 12 साल बाद अनुपात क्या होगा ?

- (a) $\frac{22}{24}$ (b) $\frac{15}{16}$
(c) $\frac{17}{18}$ (d) $\frac{11}{12}$

उत्तर (c)

- उदा.2 दो छात्रों की श्रायु का अनुपात 3 : 2 है, इनमें से एक-दूसरे से 5 वर्ष बड़ा है तो छोटे छात्र की श्रायु कितनी होगी ?

- (a) 5 वर्ष (b) $5\frac{1}{2}$ वर्ष
(c) 10 वर्ष (d) 15 वर्ष

उत्तर (c)

- उदा.3 दो व्यक्तियों की वर्तमान श्रायु क्रमशः 36 और 50 वर्ष है। यदि n वर्ष बाद उनकी श्रायु का अनुपात 3 : 4 होगा, तो n का मान है ?

- (a) 4 (b) 7
(c) 6 (d) 3

उत्तर (c)

अनुपात के रूप में विभाजित हिशशों पर श्राधारित



- उदा.1 एक व्यक्ति ने अपनी सम्पत्ति को इस प्रकार से विभक्त किया कि उसकी पुत्री तथा पत्नी के भाग और उसकी पत्नी तथा पुत्र के भाग में से प्रत्येक 3 : 1 के अनुपात में हो। यदि पुत्र को पुत्री से 10,000 रुपये कम मिले हो, तो सम्पत्ति का कुल मूल्य कितना है ?

- (a) 15,250 रुपये (b) 16,250 रुपये
(c) 17,500 रुपये (d) 18,500 रुपये

उत्तर (b)

उदा.2 600 रुपये को A, B तथा C में इस प्रकार वितरित किया गया है कि A के $\frac{2}{5}$ से 40 रुपये अधिक, B के $\frac{2}{7}$ से 20 रुपये अधिक तथा C के $\frac{9}{17}$ से 10 रुपये अधिक परस्पर बराबर है, इनमें से A का भाग कितना है ?
(a) 150 (b) 170
(c) 200 (d) 280

उत्तर (a)

उदा.3 555 को A, B और C में $\frac{1}{4} : \frac{1}{5} : \frac{1}{6}$ अनुपात में विभाजित करना था, लेकिन गलती से 4:5:6 में विभाजित कर दिया गया तो C द्वारा कितनी राशि अधिक प्राप्त की गई।
(a) 72 (b) 75
(c) 22 (d) 52

उत्तर (a)

क्षेत्रमिति (Mensuration)



सिद्धान्त



क्षेत्रमिति

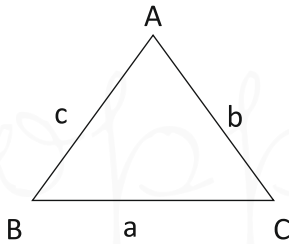
- (1) क्षेत्रफल (2) आयतन

- इसके अंदर क्षेत्रफल व आयतन ज्ञात करने के नियम आते हैं।

त्रिभुज



प्रश्नों के हल



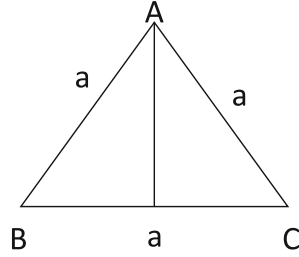
- ABC एक त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ a, b व c हैं।
- त्रिभुज का परिमाप = $a + b + c$
- त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$
- जब तीनों भुजाएँ a, b, c दे रखी हो तब क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$\text{(जहाँ } s \text{ (अर्द्धपरिमाप)} = \frac{a+b+c}{2} \text{)}$$

- जब त्रिभुज की दो भुजाएँ व उनके बीच का कोण (θ) दिया हुआ हो तो

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{भुजाओं का गुणनफल} \times \sin \theta$$

- (1) समबाहु त्रिभुज - ऐसा त्रिभुज जिसकी सभी भुजाएँ समान हो।



- परिमाप = $3a$

- माध्यिका या शीर्षलम्ब = $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

- समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

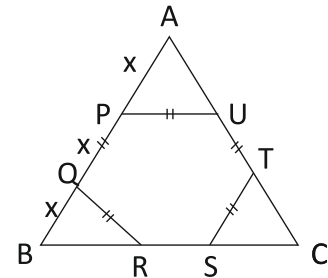
- समबाहु त्रिभुज के अंतः वृत्त की त्रिज्या = $\frac{a}{2\sqrt{3}}$

- समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या = $\frac{a}{\sqrt{3}}$

- समबाहु त्रिभुज की भुजा ज्ञात करना जब इसके अंदर स्थित किसी बिंदु से तीनों भुजाओं पर लम्ब क्रमशः P_1, P_2 व P_3 डाले जाते हैं।

$$\text{भुजा } (a) = \frac{2}{\sqrt{3}} [P_1 + P_2 + P_3]$$

- किसी समबाहु त्रिभुज के अंतर्गत समषट्भुज बनाया जाता हो तो



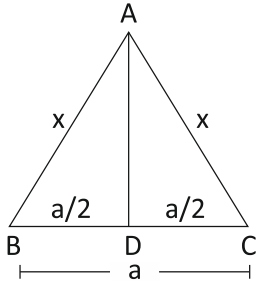
$$3x = AB$$

$$x = \frac{AB}{3}$$

$$\text{समषट्भुज की भुजा} = \frac{a}{3} \text{ \{a, समबाहु त्रिभुज की भुजा\}}$$

$$\text{समषट्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{6\sqrt{3}}{4} (\text{भुजा})^2$$

(2) समद्विबाहु त्रिभुज -



समान भुजा = x

असमान भुजा = a

- जिस त्रिभुज में दो भुजाएँ समान होती हैं, उसे समद्विबाहु त्रिभुज कहते हैं।
- असमान भुजा पर डाला गया लम्ब ही त्रिभुज की ऊँचाई होती है।

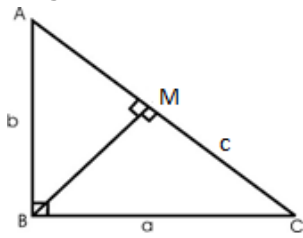
अतः $AD = \sqrt{x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} a \times \sqrt{x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ =

$\frac{1}{4} a \times \sqrt{4x^2 - a^2}$

समकोण समद्विबाहु त्रिभुज $A = \frac{1}{2} b^2 = \frac{1}{4} (\text{कर्ण})^2$

(3) समकोण त्रिभुज -



जिस त्रिभुज का एक कोण समकोण होता है। यहाँ B पर समकोण है।

पाइथागोरस प्रमेय से, $c^2 = a^2 + b^2$

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times a \times b$

कर्ण पर डाले गये लम्ब की लम्बाई (BM)

$= \frac{\text{लम्ब} \times \text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{ba}{c}$

त्रिभुज से संबंधित अन्य प्रमुख तथ्य

- यदि किसी त्रिभुज की अंतः त्रिज्या तथा परिमाप दिया हुआ हो तब

Δ का क्षेत्रफल $(\Delta) = r.s$

{जहाँ, $r =$ अर्द्धपरिमाण, $r =$ अंतःत्रिज्या}

- यदि त्रिभुज की भुजाओं का गुणनफल व परिवृत्त की त्रिज्या (R) ज्ञात है तब त्रिभुज का क्षेत्रफल

Area of $\Delta = \frac{abc}{4R}$

{ $a, b, c \rightarrow$ त्रिभुज की भुजाएँ, $P \rightarrow$ परिवृत्त की त्रिज्या}

- समकोण त्रिभुज में पाइथागोरस प्रमेय को follow करने वाले

Triplets:

- 3, 4, 5
- 6, 8, 10
- 5, 12, 13
- 7, 24, 25
- 20, 21, 29

चतुर्भुज



प्रश्नों के हल

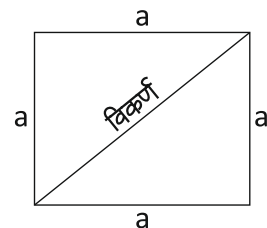


चार भुजाओं से घिरी बन्द आकृति चतुर्भुज कहलाती है। इसके सभी कोणों का योग 360° व विकर्णों की संख्या 2 होती है।

(1) वर्ग

- इसकी चारो भुजाएँ समान व प्रत्येक कोण 90° का होता है।

परिमाप $(P) = 4a$



क्षेत्रफल (A) = $(\text{भुजा}^2) = a^2$

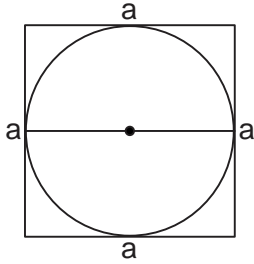
विकर्ण (d) = $\sqrt{2} a$

(a) $A = a^2 = \frac{(\text{विकर्ण})^2}{2}$

(b) परिमाप (P) = $4\sqrt{A}$

(c) $A = \frac{P^2}{16}$

- यदि किसी वर्ग के अंदर अधिकतम क्षेत्रफल का वृत्त बनाया जाता है वृत्त का व्यास = वर्ग की भुजा



$2r = a$

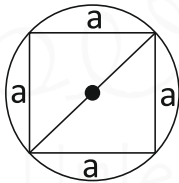
त्रिज्या (r) = $a/2$

- यदि किसी वर्ग के बाहर वृत्त बनाया जाता है

वृत्त का व्यास = वर्ग की विकर्ण

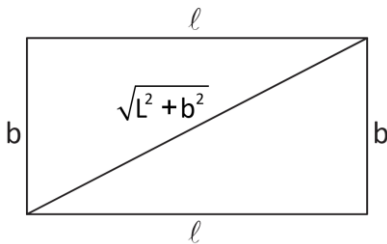
$2r = \sqrt{2} a$

$r = \frac{a}{\sqrt{2}}$



(2) आयत

इसकी आमने सामने की भुजाएँ समान व प्रत्येक कोण, समकोण (90°) का होता है।



परिमाप = $2(\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$

= $2(l + b)$

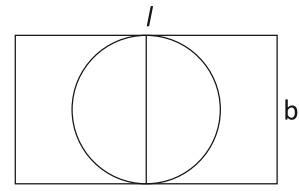
क्षेत्रफल = लम्बाई \times चौड़ाई

= $l \times b$

विकर्ण = $\sqrt{l^2 + b^2}$

- यदि किसी आयत के अंतर्गत अधिकतम क्षेत्रफल का एक वृत्त बनाया जाता है।

वृत्त का व्यास = आयत की चौड़ाई

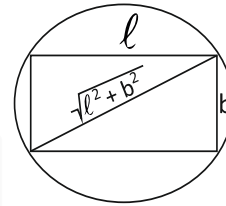


$2r = b$

$r = b/2$

- यदि किसी आयत के परिगत अधिकतम क्षेत्रफल का वृत्त बनाया जाता है।

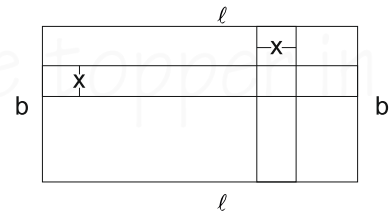
वृत्त का व्यास = आयत का विकर्ण



$2r = \sqrt{l^2 + b^2}$

$r = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{2}$

- यदि किसी आयत के अंतर्गत भुजाओं के समानान्तर समान चौड़ाई का शस्त्रा बनाया जाता है।



यदि लम्बाई के समानान्तर बनाया गया

शस्त्रे का क्षेत्रफल = lx

चौड़ाई के समानान्तर बनाया गया शस्त्रे

का क्षेत्रफल = bx

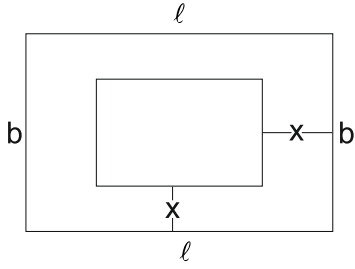
शस्त्रे का क्षेत्रफल = $lx + bx - x^2$

= $x(l + b - x)$

यदि किसी आयत के अंतर्गत भुजाओं के

चारों ओर समान चौड़ाई का शस्त्रा बनाया

जाए



शस्ते का क्षेत्रफल = बड़े आयत का क्षेत्रफल - छोटे आयत का क्षेत्रफल
 $= lb - (l - 2x)(b - 2x)$

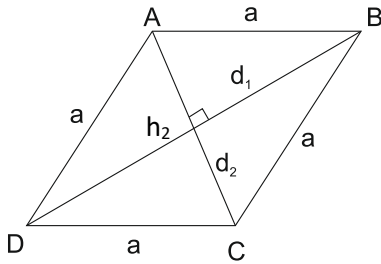
$$= 2x(l + b - 2x)$$

यदि शस्ते बाहर की ओर बनाया जाए तो शस्ते का क्षेत्रफल

$$= 2x(l + b + 2x)$$

(3) समचतुर्भुज

- ऐसा चतुर्भुज जिसकी चारों भुजाएँ समान होती हैं, परन्तु प्रत्येक कोण 90° नहीं होता है। इसके विकर्ण, समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।



परिमाप = $4a$

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ विकर्णों का गुणनफल

समचतुर्भुज की भुजाएँ

$$(a) = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$$

क्षेत्रफल - जब भुजाएँ दे रखी हो तथा कोण (Angles) भी दे रखा हो तो -

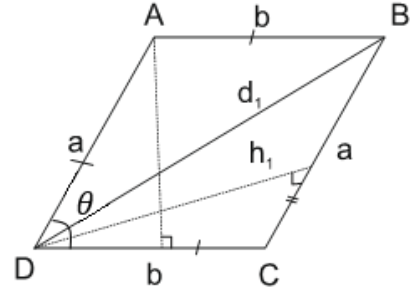
क्षेत्रफल = भुजा \times भुजा $\times \sin \theta$

(4) समानान्तर चतुर्भुज

$$\left[\begin{array}{l} AB \parallel CD \text{ एवं } AB = CD \\ AD \parallel BC \text{ एवं } AD = BC \end{array} \right]$$

शामने-शामने की भुजाएँ समान्तर होती हैं

परिमाप = $2 \times$ (आसन्न भुजाओं का योग)
 $= 2(a + b)$



क्षेत्रफल = आधारे \times ऊँचाई

$$= a \times h_1$$

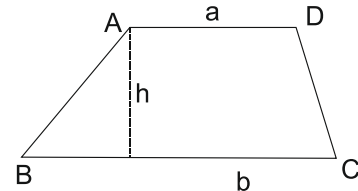
$$= b \times h_2$$

क्षेत्रफल = $ab \sin \theta$

विकर्ण $d_1 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$

$$\boxed{\frac{d_1^2 + d_2^2}{2} = a^2 + b^2}$$

(5) समलम्ब चतुर्भुज

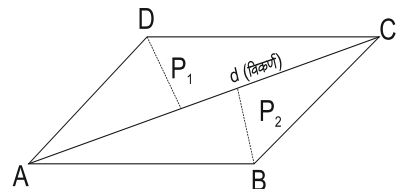


- इसमें विपरीत भुजाओं का एक जोड़ा समान्तर होता है।

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ (समान्तर भुजाओं का योग) \times बीच की दूरी
 $= \frac{1}{2} \times h \times (a + b)$

चतुर्भुज से संबंधित अन्य प्रमुख तथ्य

- चतुर्भुज का क्षेत्रफल = ΔADC का क्षेत्रफल + ΔABC का क्षेत्रफल



$$= \frac{1}{2} \times d \times P_1 + \frac{1}{2} \times d \times P_2$$

$$= \frac{1}{2} d(P_1 + P_2)$$

- यदि किसी चतुर्भुज की चारो भुजाएँ व एक विकर्ण दिया हुआ हो तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$

जहाँ $s = \frac{a+b+c+d}{2}$ {a, b, c, d चतुर्भुज की भुजाएँ हैं}

वृत्त



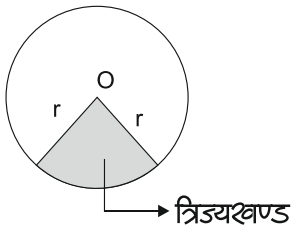
वृत्त की त्रिज्या = r

वृत्त का व्यास = 2 × त्रिज्या = 2r

परिधि = 2πr

वृत्त का क्षेत्रफल = πr²

त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = $\pi r^2 \frac{\theta}{360^\circ}$

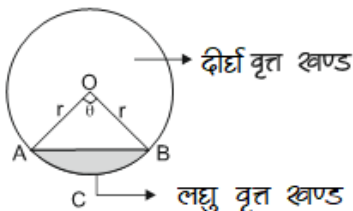


त्रिज्यखण्ड की परिधि = 2r + चाप की लंबाई

चाप की लंबाई = $2\pi r \frac{\theta}{360^\circ}$

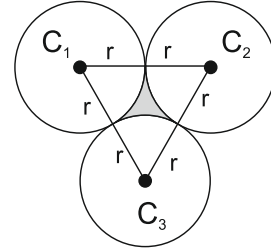
लघु वृत्त खण्ड का क्षेत्रफल = त्रिज्य खण्ड ΔACB

का क्षेत्रफल - ΔOAB का क्षेत्रफल



$$= \pi r^2 \frac{\theta}{360} - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$

- तीन समान वृत्तों से घिरे हुये भाग का क्षेत्रफल



ΔC₁C₂C₃ एक समबाहु त्रिभुज होगा चूँकि सभी वृत्त समान हैं व त्रिज्या r भी समान होगी।

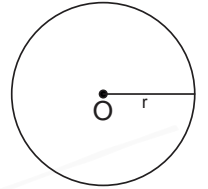
ΔC₁C₂C₃ की भुजा = 2r

अतः घिरे हुये भाग का क्षेत्रफल = ΔC₁C₂C₃ का क्षेत्रफल - तीन त्रिज्यखण्ड

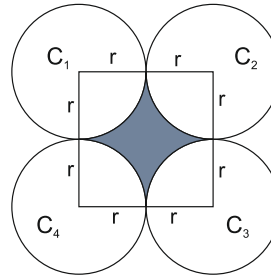
का क्षेत्रफल

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (2r)^2 - 3 \times \frac{60}{360} \pi r^2 = \sqrt{3} r^2 - \frac{\pi r^2}{2}$$

$$= \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right) r^2 \Rightarrow 0.161 r^2$$



- चार समान वृत्तों से घिरे हुये भाग का क्षेत्रफल



C₁C₂C₃C₄ एक वर्ग होगा तथा इसकी प्रत्येक भुजा 2r होगी।

अतः भुजा = 2r

घिरे हुए भाग का क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल - चार त्रिज्यखण्डों का क्षेत्रफल

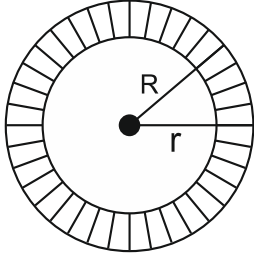
= (2r)² - πr²

$$= 4r^2 - \pi r^2$$

$$= r^2 (4-\pi) \qquad = \frac{6}{7} r^2$$

वलय (Ring)

दो शंकेन्द्रीय वृत्तों के मध्य घिरे हुये भाग से जो आकृति बनती है उसे वलय (Ring) कहते हैं।



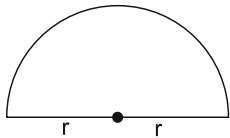
वलय का क्षेत्रफल = $\pi R^2 - \pi r^2$
 $= \pi(R^2 - r^2)$

वलय की परिधि = बाह्य परिधि + आंतरिक परिधि
 $= 2\pi R + 2\pi r$
 $= 2\pi(R + r)$

ऋद्धवृत्त

ऋद्धवृत्त का परिमाण = $\pi r + 2r = r(\pi + 2)$

क्षेत्रफल = $\pi r^2 / 2$



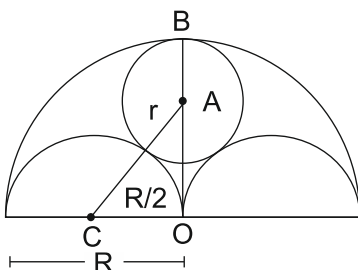
• जब किसी ऋद्धवृत्त के शंकर दो ऋद्धवृत्त व एक वृत्त नीचे दिये गये चित्रानुसार बने हो तब -

$AB = r$

$AO = R - r$

$OC = R/2$

ΔAOC में



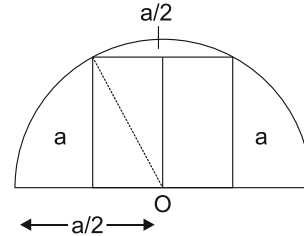
$AC^2 = OA^2 + OC^2$

$$\left(r + \frac{R}{2}\right)^2 = (R-r)^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$R^2 = 3Rr$

$r = R/3$

- किसी ऋद्धवृत्त के शंकर अधिकतम क्षेत्रफल का वर्ग बनाया जाए तो



$$r = \frac{\sqrt{5}a}{2}$$

क्षेत्रफल तथा परिमिति से संबंधित कुछ महत्वपूर्ण तथ्य

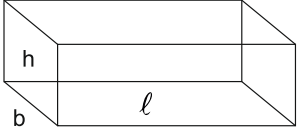


प्रश्नों के हल



- (1) यदि किसी समबाहु त्रिभुज की परिमिति, वर्ग की परिमिति एवं वृत्त की परिधि समान हो तो वृत्त का क्षेत्रफल सबसे अधिक होगा।
 वृत्त का क्षेत्रफल > वर्ग का क्षेत्रफल > समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल
- (2) जब इनके क्षेत्रफल समान हो तब समबाहु त्रिभुज की परिमिति > वर्ग की परिमिति > वृत्त की परिधि
- (3) यदि किसी त्रिभुज या चतुर्भुज की प्रत्येक भुजा, वृत्त की त्रिज्या / व्यास या परिधि को n गुणा कर दिया जाए तो क्षेत्रफल n^2 गुणा हो जाएगा
 क्षेत्रफल में प्रतिशत परिवर्तन = $(n^2 - 1) \times 100$

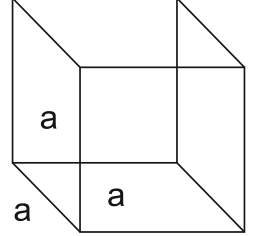
घनाभ



- यह आकृति आयताकार रूप में होती है ।
 l = लंबाई, b = चौड़ाई, h = ऊँचाई
 संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + lh)$
 विकर्ण $(d) = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$
 आयतन = आधार का क्षेत्रफल \times ऊँचाई
 $= lbh$
- इसमें 6 पृष्ठ होते हैं व विपरीत पृष्ठ समान होते हैं ।
- भुजाओं की संख्या = 12
- शीर्षों की संख्या = 8
- कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल = आधार की परिमिति \times ऊँचाई
 $= 2(l + b) \times h$
- यदि किसी डिब्बे या बक्ले की क्षमता निकालनी हो तो
 क्षमता = आंतरिक आयतन
 $(l - 2x)(b - 2x)(h - 2x)$
 जहाँ x = दीवार की मोटाई
- यदि डिब्बा खुला हुआ हो तो
 क्षमता = $(l - 2x)(b - 2x)(h - 2x)$
 धातु का आयतन = बाह्य आयतन - आंतरिक आयतन

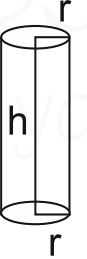
घन



- यह वर्गाकार रूप में होता है, प्रत्येक शतह एक वर्ग होती है ।
 - कुल पृष्ठ/शतह $\rightarrow 6$
 - भुजाएँ $\rightarrow 12$
 - शीर्ष $\rightarrow 8$
- 
- घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$
 - विकर्ण = $\sqrt{3}a$
 - आयतन = $(\text{भुजा})^3 = a^3$

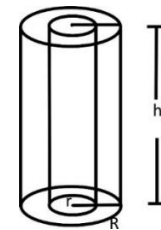
बेलन



- बेलन की त्रिज्या r व ऊँचाई h हो तो
 - बेलन के वक्र/पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi rh$
 - संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh + 2\pi r^2$
 $= 2\pi r(h + r)$
 - बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$
- 

खोखला बेलन

- यह एक पाइप की तरह होता है ।
 जिसकी ऊँचाई h व अंतः व बाह्य त्रिज्याएँ क्रमशः r व R हो तो -



- खोखले बेलन का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल = बाह्य पार्श्व पृष्ठ + आंतरिक पार्श्व पृष्ठ
 $= 2\pi Rh + 2\pi rH$