



**3<sup>rd</sup> - ग्रेड**



**अध्यापक**

लेवल - द्वितीय

कार्यालय निदेशक, प्रारम्भिक शिक्षा  
राजस्थान बीकानेर

भाग - 4(ब)

विज्ञान और गणित

**गणित**



# 3<sup>RD</sup> GRADE LEVEL - 2

क्र.सं.	अध्याय	पृष्ठ सं.
<b>गणित</b>		
1.	परिमेय एवं अपरिमेय संख्याएँ, वास्तविक संख्याएँ एवं दशमलव प्रसार, वास्तविक संख्याओं के लिए घातांक नियम	1
2.	वर्ग और वर्गमूल, घन और घनमूल	12
3.	बहुपद – बहुपद के शून्यक, शेषफल प्रमेय, बहुपदों का गुणनखण्ड, बीजीय सर्वसमिकाएँ, बहुपदों के शून्यकों का ज्यामितीय अर्थ, विभाजन एल्गोरिथ्म, द्विघात समीकरण	38
4.	प्रतिशतता	50
5.	लाभ-हानि	58
6.	सरल ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज	70
7.	अनुपात-समानुपात, वृद्धि एवं हास दर	101
8.	रेखाएँ और कोण	113
9.	समतलीय आकृतियाँ – त्रिभुजों की समरूपता, त्रिभुजों की सर्वांगसमता, चतुर्भुज, वृत्त, बहुभुज	131
10.	समतलीय आकृतियों का क्षेत्रफल एवं परिमाप (त्रिभुज, आयत, वर्ग, समान्तर चतुर्भुज, समलम्ब चतुर्भुज, वृत्त)	167
11.	ठोस आकृतियों का पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन (घन, घनाभ, बेलन, शंकु, गोला), एक ठोस का एक आकार से दूसरे आकार में रूपान्तरण	229
12.	सांख्यिकी – बारंबारता बंटन सारणी, मिलान चिह्न, दण्ड आलेख (बार ग्राफ), आयत चित्र, वृत्तीय ग्राफ (पाईचित्र), केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप – माध्य, माध्यक, बहुलक	279
13.	प्रायिकता	283
14.	गणित विषय की शिक्षण विधियाँ, उपागम एवं सहायक सामग्री	306
15.	गणित शिक्षण में चुनौतियाँ	314
16.	गणित शिक्षण की मूल्यांकन विधियाँ	315
17.	निदानात्मक एवं उपचारात्मक शिक्षण	318

## Type-II

### वृद्धि/कमी-आधारित:-

Note- दो या अधिक राशियों की तुलना प्रतिशत में करना

$$(i) \text{ कमी \%} = \frac{\text{अधिक \%}}{100 + \text{अधिक \%}} \times 100$$

Q.10 – (a) A के पास B से 40 % अधिक धन है तो B के पास A से कितने % कम धन है।

$$\frac{40}{100 + 40} \times 100 = \frac{40}{140} \times 100 = \frac{200}{7} = 28\frac{4}{7} \%$$

$$(ii) \text{ अधिक \%} = \frac{\text{कम \%}}{100 - \text{कम \%}} \times 100$$

(b) राम का वेतन श्याम से 40% कम है। श्याम का वेतन राम के वेतन से कितने प्रतिशत अधिक है।

उत्तर -

$$\text{अधिक \%} = \frac{40}{100 - 40} \times 100 = \frac{40}{60} \times 100 = \frac{200}{3} \%$$

Note- वस्तुओं के भाव में वृद्धि या कमी हो जाने पर उसके उपभोग में कमी अथवा वृद्धि करने सम्बन्धी

प्रश्न -

$$(a) \text{ उपभोग में कमी \%} = \frac{100 \times \text{कमी}}{100 + \text{कमी}}$$

$$(b) \text{ उपभोग में वृद्धि \%} = \frac{100 \times \text{वृद्धि}}{100 - \text{वृद्धि}}$$

Q.11 (a) गेहूँ के भाव में  $33\frac{1}{3} \%$  की वृद्धि हो जाने पर एक व्यक्ति उपभोग में कितने प्रतिशत कमी करे कि गेहूँ पर किया जाने वाला खर्च वही रहे ?

उत्तर -

$$\text{उपभोग में कमी \%} = \frac{100 \times 33\frac{1}{3} \%}{100 + 33\frac{1}{3} \%} = \frac{100}{301}$$

उदाहरण (b) दूध के भाव में 20 % की कमी हो जाने पर एक परिवार उतना ही दूध पर खर्च करे तो वह कितने प्रतिशत दूध की मात्रा अधिक ले सकता है ?

उत्तर -

$$\text{उपभोग में वृद्धि \%} = \frac{100 \times 20}{100 - 20} = \frac{100 \times 20}{80} = 25 \%$$

Q.12

$$(a) 16\frac{2}{3} \% \text{ कमी} \rightarrow 16\frac{2}{3} \% = \frac{1}{6}$$

$$(16\frac{2}{3} \% \text{ का भिन्न भाग } \frac{1}{6} \text{ होता है।)}$$

$$\frac{1}{6} \rightarrow \text{कमी} = \text{मतलब 6 में से एक कम हो गया} = \frac{5}{6}$$

Original Value

$$66\frac{2}{3} \% \text{ कमी} = \frac{5}{6}$$

$$(b) 66\frac{2}{3} \% \text{ वृद्धि} - 66\frac{2}{3} \% = \frac{2}{3}$$

(वास्तविक मान “3” उसमें “2” की वृद्धि

$$\text{यानि } [3+2=5] \text{ तो मान} = \frac{5}{3}$$

$$(66\frac{2}{3} \% \text{ वृद्धि} = \frac{5}{3})$$

(c) A, (A+B) से 8.33% ज्यादा है तो B का मान बताइए।

उत्तर -

$$8.33\% = \frac{1}{12} \text{ A से ज्यादा है (A+B) से}$$

वास्तविक मान ‘12’, A वास्तविक मान से 1 ज्यादा है तो  $A = (12+1) = 13$

$$B = (A+B) - A = 12+13 = -1$$

$$B = -1$$

(d) A, A+B से 8.33% कम और B+C, C से 16.66 % अधिक है तो A : B : C के बीच अनुपात बताइए

$$8.33\% = \frac{1}{12} \rightarrow \text{A से ज्यादा है (A+B) से}$$

$$\rightarrow (A+B)$$

$$16.66\% \text{ अधिक} = \frac{1}{6} (C \text{ ले}) =$$

$$\frac{7}{6} \left( \begin{array}{l} C = 6 \\ B + C = 7 \\ B = 1 \end{array} \right) \text{ अतः } A : B : C = 11 : 1 : 6$$

Q.13 500 को पहले 20% से घटाया गया तथा फिर उसे 25% से घटाया गया। अंतिम मान क्या है ?

- (1) 350 (2) 450  
(3) 300 (4) 400

उत्तर - (3) 300

व्याख्या -

अंतिम मान

$$= 500 \times \frac{80}{100} \times \frac{75}{100} = 300$$

Q.14 कपडे का मूल्य 25% कम करने पर उसकी बिक्री की मात्रा में 20% की वृद्धि हो गई थी तदनुसार दुकान की शकल प्राप्ति पर क्या प्रभाव पडा ?

- (1) 5% वृद्धि (2) 5% कमी  
(3) 10% वृद्धि (4) 10% कमी

उत्तर -(4) 10% कमी

व्याख्या -

अभीष्ट प्रतिशत प्रभाव

$$= \left( 20 - 25 - \frac{20 \times 25}{100} \right) \%$$

$$= (-5 - 5)\% = -10\% = 10\% \text{ कमी}$$

ऋणात्मक चिह्न कमी दर्शाता है।

Q.15 एक संख्या को पहले 20% बढ़ाया जाता है एवं फिर 15% घटाया जाता है। यदि परिणामी मान 2040 हो, तो संख्या का आरंभिक मान क्या है ?

- (1) 2100 (2) 1800  
(3) 2000 (4) 1900

उत्तर - (3) 2000

व्याख्या -

संख्या पर प्रतिशत प्रभाव

$$= \left( x + y + \frac{xy}{100} \right) \%$$

$$= \left( 20 - 15 - \frac{20 \times 15}{100} \right) \%$$

$$= (5 - 3)\% = 2\%$$

यदि संख्या  $x$  हो तो

$$x \text{ का } (100 + 2)\% = 2040$$

$$= x \times \frac{102}{100} = 2040$$

$$\Rightarrow x = \frac{2040 \times 100}{102} = 2000$$

Q.16 एक संख्या को पहले  $16\frac{2}{3}\%$  बढ़ाया जाता है एवं फिर 15% कम किया जाता है। परिणामी संख्या 238 प्राप्त होती है। उस संख्या के 37.5% का मान क्या है ?

- (1) 150 (2) 75  
(3) 120 (4) 90

उत्तर -(4) 90

व्याख्या -

प्रतिशत प्रभाव

$$= \left( x + y + \frac{xy}{100} \right) \%$$

$$= \left( \frac{50}{3} - 15 - \frac{50 \times 15}{3 \times 100} \right) \%$$

$$= \left( \frac{5}{3} - \frac{5}{2} \right) = \frac{10-15}{6} = \frac{-5}{6} \%$$

यदि संख्या =  $x$  हो, तो

$$x \times \left( 100 - \frac{5}{6} \right) \% = 238$$

$$x \times \frac{595}{600} = 238$$

$$\Rightarrow x = \frac{238 \times 600}{595} = 240$$

$$\therefore 240 \text{ का } 37.5\% = \frac{240 \times 37.5}{100} = 90$$

Q.17 A, B से 15% अधिक है। B, A से कितने प्रतिशत कम है ?

- (1) 9.17% (2) 16.14%  
(3) 13.04% (4) 6.14%

उत्तर -(3) 13.04%

व्याख्या -

B = 100 माना

$\therefore A = 115$

$\therefore$  अभीष्ट प्रतिशत

$$= \left( \frac{115-100}{100} \right) \times 100$$

$$= \frac{15 \times 100}{100} = \frac{15}{100} \times 100 = 15\%$$

## Type-III

आय-व्यय आधारित:-

Income - Expenditure = Savings

आय - व्यय = बचत

Q.18 एक आदमी अपनी आय का 75% खर्च करता है यदि उसकी आय में 20% की वृद्धि और खर्च में 10% की वृद्धि हो जाती है तो उसकी बचत में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई ?

उत्तर -

माना आय = 100

आय - खर्च = 5

$100 - 75 = 25$

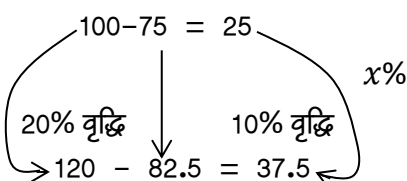
खर्च में वृद्धि =

$$\frac{75 \times 10}{100} = 7.5$$

$$= 75 + 7.5 = 82.5$$

बचत में वृद्धि =

$$\frac{12.5}{25} \times 100 = 50\%$$



Q.19 एक विक्रेता कुल बिक्री पर  $5\frac{1}{2}\%$  कमीशन देता है तथा 10,000 के ऊपर की बिक्री पर  $\frac{1}{2}\%$  बोनस देता है। यदि उसकी कुल आय 1990 ₹ है तो कुल बिक्री ज्ञात करो ?

Ans. माना कुल बिक्री = x ₹

1	2																					
$x \times 5\frac{1}{2}\% + (x - 10000) \times \frac{1}{2}\% = 1990$ $\frac{11x}{200} + \frac{x}{200} - 50 = 1990$ $\frac{12x}{200} = 2040$ $x = 34000 \text{ ₹.}$	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">10000</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>5\frac{1}{2}\%</math></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">6%</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\frac{1}{2}\%</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"><math>10000 \times \frac{1}{2}\% = 50 \text{ ₹. बोनस}</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"><math>= 1990 + 50 = 2040</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">6% 2040</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"><math>100\% = \frac{2040}{6} \times 100 = 34000 \text{ ₹.}</math></td> </tr> </table>	10000	+		$5\frac{1}{2}\%$		6%			$+\frac{1}{2}\%$			$10000 \times \frac{1}{2}\% = 50 \text{ ₹. बोनस}$			$= 1990 + 50 = 2040$			6% 2040			$100\% = \frac{2040}{6} \times 100 = 34000 \text{ ₹.}$
10000	+																					
$5\frac{1}{2}\%$		6%																				
		$+\frac{1}{2}\%$																				
		$10000 \times \frac{1}{2}\% = 50 \text{ ₹. बोनस}$																				
		$= 1990 + 50 = 2040$																				
		6% 2040																				
		$100\% = \frac{2040}{6} \times 100 = 34000 \text{ ₹.}$																				

Q.20 एक आदमी के प्रति दिन काम के घंटे को 20% बढ़ाया गया और उसकी मजदूरी प्रति घंटे 15% तक बढ़ाई गई। उसकी दैनिक आमदनी में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई ?

- (1) 38% (2) 35%  
(3) 5% (4) 40%

उत्तर - (1) 38%

व्याख्या

माना काम के घंटे मजदूरी

पहले  $\frac{5}{20} \times 100$

बाद में  $6 \frac{1}{2} \times 138$

$$138 - 100 = 38\%$$

Q.21 श्री शचदेव का मासिक वेतन 5 % बढ़ जाता है, जिससे उनका वेतन ₹ 15,120 प्रति वर्ष हो जाता है। उनका पूर्व मासिक वेतन (वृद्धि पूर्व) कितना था ?

(1) 1320 ₹ (2) 1200 ₹

(3) 1240 ₹ (4) 1440 ₹

उत्तर - (2) 1200 ₹

व्याख्या

माना, शचदेव का वृद्धि पूर्व वार्षिक वेतन =  $x$  ₹

प्रश्नानुसार,

$$x \times \frac{105}{100} = 15120$$

$$x = \frac{15120 \times 100}{105}$$

$$= 14400 \text{ ₹}$$

∴ अभीष्ट मासिक वेतन

$$= \left( \frac{14400}{12} \right) \text{ ₹ } 1200 \text{ ₹}$$

## Type-IV

मिश्रण पर आधारित:-

Q.22 2 लीटर शुद्ध एल्कोहॉल को 6 लीटर, 40 प्रतिशत एल्कोहॉल घोल में मिलाया जाता है। घोल में जल का प्रतिशत बताइए।

व्याख्या:-

घोल में जल का प्रतिशत =  $100 - 40 = 60\%$

2 लीटर शुद्ध एल्कोहॉल को 6 लीटर 40% एल्कोहॉल घोल में मिलाने पर घोल में जल की मात्रा

$$= 8 - \left( \frac{6 \times 40}{100} + 2 \right)$$

$$= 8 - (2.4 + 2)$$

$$= 3.6 \text{ लीटर}$$

अतः घोल में जल का प्रतिशत

$$= \frac{3.6 \times 100}{8} = 45\%$$

Q.23 एक लोहा, रेत और शीशा के मिश्रण में 20 प्रतिशत लोहा, 38 प्रतिशत शीशा और शेष रेत है, तो 400 ग्राम मिश्रण में रेत कितनी है ?

व्याख्या:-

रेत का प्रतिशत =  $(100 - 20 - 38) = 42\%$

∴ 400 ग्राम मिश्रण में रेत की मात्रा

$$= 400 \times \frac{42}{100} = 168 \text{ ग्राम}$$

## Type-V

परीक्षा में उत्तीर्ण-अनुत्तीर्ण

आधारित:-

Q.24 किसी परीक्षा में 1000 लड़के और 800 लड़कियां थीं। लड़कों का 60% और लड़कियों का 50% उत्तीर्ण हुए। जो परीक्षार्थी अनुत्तीर्ण हुए उनका प्रतिशत ज्ञात करें।

व्याख्या -

60% लड़के पास हुए, तो 40% लड़के फेल

$$\text{होगे} - 1000 \times \frac{40}{100} = 400$$

50% लड़कियाँ पास हुईं तो 50% फेल होगी

$$- 800 \times \frac{50}{100} = 400$$

तो 1800 परीक्षार्थी में से 800 अनुत्तीर्ण

(फेल) होंगे तो उनका प्रतिशत -

$$\frac{800}{1800} \times 100 = 44.4\%$$

Q. 25 एक परीक्षा में राम अधिकतम अंक का 30 % प्राप्त करता है और 80 अंकों से अनुत्तीर्ण हो जाता है। रवि 200 अंक प्राप्त करता है और 15 % अंकों से अनुत्तीर्ण हो जाता है। परीक्षा में अधिकतम अंक क्या है ?

उत्तर - I<sup>st</sup> Method II<sup>st</sup> Method

माना अधिकतम अंक = $x$ $x \times \frac{30}{100} + 80 = 200 +$	$30\% + 80 = 200 +$ $15\% =$ उत्तीर्ण
$x \times \frac{15}{100} =$ उत्तीर्ण	$30\% - 15\% = 200 - 80$
$\frac{30x}{100} - \frac{15x}{100} = 200 - 80$	$15\% = 120$
$\frac{15x}{100} = 120$	$100\%$ (अधिकतम अंक = ?)
$x = 120 \times \frac{100}{15} = 800$	$100\% = \frac{120}{15} \times 100 = 800$

Q.26 एक परीक्षा में 65% गणित में एवं 30% विज्ञान में उत्तीर्ण हुए (यदि 25 % छात्र दोनों में उत्तीर्ण हुए तो कितने % छात्र दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण हुए ?

उत्तर - M → 65 %  
S → 30 % } 95 % Pass  
- 25 % (दोनों में Pass)  
70 % Pass

दोनों विषयों में फेल = 30 % छात्र

Q.27 एक परीक्षा में 1100 लड़कों और 900 लड़कियों ने भाग लिया। उनमें 50 % लड़के और 40 % लड़कियां परीक्षा में उत्तीर्ण हो गईं। तदनुसार अनुत्तीर्ण परीक्षार्थियों का प्रतिशत कितना रहा ?

- (1) 45 (2) 45.5  
(3) 50 (4) 54.5

उत्तर - (4) 54.5

व्याख्या

अनुत्तीर्ण परीक्षार्थी  

$$= \frac{1100 \times 50}{100} + \frac{900 \times 60}{100}$$

$$= 550 + 540 = 1090$$

∴ अभीष्ट प्रतिशत

$$= \frac{1090}{2000} \times 100 = 54.5\%$$

Q.28 एक कक्षा की एक परीक्षा में लड़कियों के औसत प्राप्तांक 73 और लड़कों के 71 थे। यदि पूरी कक्षा के औसत प्राप्तांक 71.8 थे, तो उस कक्षा में लड़कियां कितने प्रतिशत थी ?

- (1) 40 % (2) 50 %  
(3) 55 % (4) 60 %

उत्तर - (1) 40 %

व्याख्या

माना कि कक्षा में लड़के =  $x$  एवं लड़कियों =  $y$  है।

$$\therefore 71x + 73y = 71.8(x + y)$$

$$= 71.8x - 71x = 73y - 71.8y$$

$$= 0.8x = 1.2y$$

$$= \frac{x}{y} = \frac{1.2}{0.8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{x}{y} + 1 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{x+y}{y} = \frac{5}{2}$$

∴ लड़कियों का प्रतिशत

$$= \frac{y}{x+y} \times 100 = \frac{2}{5} \times 100 = 40\%$$

Q.29 किसी परीक्षार्थी को परीक्षा उत्तीर्ण करने के लिए 40 % अंक प्राप्त करने हैं। वह 180 अंक प्राप्त करता है और बराबर अंकों से अनुत्तीर्ण हो जाता है। परीक्षा में पूर्णांक कितने हैं ?

- (1) 900 (2) 1000  
(3) 1050 (4) 800

उत्तर - (1) 900

व्याख्या

परीक्षा का न्यूनतम उत्तीर्णांक

$$= 180 + 180 = 360$$

यदि परीक्षा के पूर्णांक =  $x$  हो, तो

$$x \times \frac{40}{100} = 360$$

$$= x = \frac{360 \times 100}{40} = 900$$

## Type-VI

मतदान आधारित:-

Q.30 एक चुनाव में दो उम्मीदवार चुनाव लड़ रहे थे जीतने वाले उम्मीदवार को कुल मतों का 65 % प्राप्त हुआ और वह 300 मतों से चुनाव जीत गया तो इस चुनाव में कुल कितने वोट डाले गए ?

उत्तर - माना कुल वोट = 100

I	II
65	35

$$\text{अंतर } 30 = 300$$

$$1 = 10$$

$$100 = 10 \times 100 = 1000$$

Q.31 एक चुनाव में दो उम्मीदवार हैं जिसमें 6% लोग अपने मतों का प्रयोग नहीं करते हैं और जीतने वाले उम्मीदवार (A) को कुल मतों का 48 % मत मिलते हैं और वह B से 6000 मतों से जीत जाता है तो प्रत्येक उम्मीदवार को कितने-कितने मत मिले ?

उत्तर -

$$A\% + B\% + 6\% = 100\%$$

$$48\% + B\% + 6\% = 100\%$$

$$B\% = 46\%$$

$$\left. \begin{array}{l} A = 48\% \\ B = 46\% \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2\% = 6000 \text{ मत} \\ 1\% = 3000 \text{ मत} \end{array}$$

$$A \text{ को मत मिले } = 48\% = 48 \times 3000 = 1,44,000 \text{ मत}$$

$$B \text{ को मत मिले } = 46 \times 3000 = 1,38,000 \text{ मत}$$

Q.32 एक चुनाव में दो उम्मीदवार हैं। उनमें 75 % मतदाताओं ने अपने मतदाधिकार का प्रयोग किया तथा इनमें से 2 % मतों को अवैध घोषित कर दिया गया एक उम्मीदवार A ने 9261 मत प्राप्त किए जो वैध मतों के 75 % हैं। मतदाता सूची में कुल कितने मतदाता थे ?

उत्तर - माना कुल मतदाता =  $x$

$$\text{वैध मत} = x \times \frac{75}{100} \times \frac{98}{100}$$

$$A \text{ के मत} = x \times \frac{75}{100} \times \frac{98}{100} \times \frac{75}{100} = 9261$$

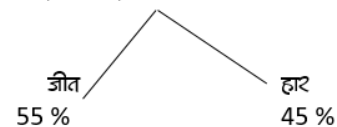
$$x = 9261 \times \frac{100}{75} \times \frac{100}{98} \times \frac{100}{75}$$

$$\text{कुल मत } x = 168000 \text{ मत}$$

Q.33 एक चुनाव में दो उम्मीदवार हैं। 10 % मतदाताओं ने वोट नहीं डाले और 2500 वोट अवैध घोषित किए गए। जीतने वाला उम्मीदवार वैध मतों का 55 % प्राप्त करता है और 2000 वोटों से जीतता है तो पंजीकृत मतदाताओं की संख्या ज्ञात करें।

उत्तर -

माना Valid Vote (वैध मत) = 100



$$\text{अंतर} = 10\%$$

$$10\% = 2000$$

$$100\% = 20000$$

$$\text{Voting} = \text{वैध} + \text{अवैध मत} = 20000 + 2500 = 22500 \text{ (90\%)}$$

$$90\% = 22500$$

$$Q = 25000 \text{ मत}$$



Q.34 एक कार्यालय में 40% महिला - कर्मचारी हैं उनमें से 40% महिलाओं और 60% पुरुषों ने मेरे पक्ष में मतदान किया। तदनुसार मेरे मतों का प्रतिशत कितना रहा ?

- (1) 24 (2) 42  
(3) 50 (4) 52

उत्तर -(4) 52

व्याख्या

कुल कर्मचारी = 100 (माना)

$$\therefore \text{क्षेत्रफल मत \%} = \frac{40 \times 40}{100} + \frac{60 \times 60}{100}$$

$$= 16 + 36 = 52$$

## Type-VII

जनसंख्या में वृद्धि/कमी के प्रश्न :

Q.35 एक कस्बे की जनसंख्या 176400 है इसमें 5 % वार्षिक दर से वृद्धि होती है तो (i) 2 वर्ष बाद कस्बे की जनसंख्या कितनी होगी (ii) दो वर्ष पहले जनसंख्या।

उत्तर - (i) दो वर्ष बाद जनसंख्या =  $17,64,00 \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} = 194481$

(ii) दो वर्ष पहले जनसंख्या = 17,64,00

$$\times \frac{100}{105} \times \frac{100}{105} = 160000$$

Q.36 किसी कस्बे की जनसंख्या में पहले वर्ष में 5% की वृद्धि हुई तथा दूसरे वर्ष में 5% की कमी हुई यदि दूसरे वर्ष के अंत में इसकी जनसंख्या 7980 हो तो पहले वर्ष के प्रारंभ में जनसंख्या कितनी थी -

उत्तर - माना वर्तमान जनसंख्या = x

$$x \times \frac{105}{100} \times \frac{95}{100} = 7980$$

$$x = 7980 \times \frac{100}{105} \times \frac{100}{95} = 8000$$

## Type-VIII

क्षेत्रफल/आयतन में प्रतिशत

परिवर्तन:-

Q.37 एक आयत की लंबाई में 10% की वृद्धि, और चौड़ाई में 10 % कमी हो तो आयत का क्षेत्रफल परिवर्तन (% में) ज्ञात करें।

उत्तर -

$$= +10 - 10 + \left( \frac{+10 \times -10}{100} \right) = +10 - 10 - \frac{150}{100} = -1\% = 1\% \text{ कमी}$$

## Type-IX

विविध:-

Q.38 यदि एक भिन्न का अंश 120 % से बढ़ जाए व हर 350 % से बढ़ जाए तो नया भिन्न  $\frac{11}{27}$  बन जाता है तो मूल भिन्न का मान बताइये।

उत्तर -

माना की Number =  $\frac{x}{y}$   $\begin{matrix} \rightarrow \text{अंश} \\ \rightarrow \text{हर} \end{matrix}$   $\xrightarrow{\text{Increased value}} x + \frac{120x}{100} = \frac{11}{27}$   
 $y + \frac{350y}{100}$   
 $\frac{220x}{450y} = \frac{11}{27}$

$$\frac{x}{y} = \frac{11}{27} \times \frac{45}{22} = \frac{x}{y} = \frac{5}{6}$$

Q.39 यदि एक नम्बर का  $\frac{3}{5}$  उसी नंबर के 50 % से 23 ज्यादा है तो उस नंबर का 80 % क्या होगा ?

व्याख्या -

माना कि वह नंबर = x

$$\frac{3}{5} x = 23 + \frac{50x}{100}$$

$$\frac{3}{5} x - \frac{1}{2} x = 23$$

$$x = 230 = \frac{x \times 80}{100\%} = \frac{230 \times 80}{100} = 184$$

Q.40 एक कक्षा में 60 विद्यार्थी हैं जिनमें से 40 % केवल हिन्दी व 25% केवल अंग्रेजी व बाकी के विद्यार्थी दोनों भाषाएं बोल सकते हैं तो कितने विद्यार्थी अंग्रेजी बोल सकते हैं ?

उत्तर -

केवल हिन्दी बोलने वाले विद्यार्थी  
 $= 60 \times \frac{40}{100} = 24$

केवल अंग्रेजी बोलने वाले विद्यार्थी  
 $= 60 \times \frac{25}{100} = 15$

दोनों भाषा बोलने वाले विद्यार्थी  
 $= 60 - (24 + 15) = 21$

अंग्रेजी बोलने वाले विद्यार्थी  $= 21 + 15 = 36$

## समतलीय आकृतियाँ

### त्रिभुज

\* त्रिभुजो की रचना :- (RBSC/NCERT Book - Class-9]

- प्रत्येक त्रिभुज के छः अवयव होते हैं तीन भुजाएँ और तीन कोण।
- त्रिभुज की रचना करने के लिए कम से कम तीन स्वतंत्र अवयवों का ज्ञान होना आवश्यक है।

- तीन भुजाएँ या
- दो भुजाएँ और उनके मध्य का कोण या
- दो कोण और एक भुजा या
- समकोण त्रिभुज में कर्ण और एक भुजा

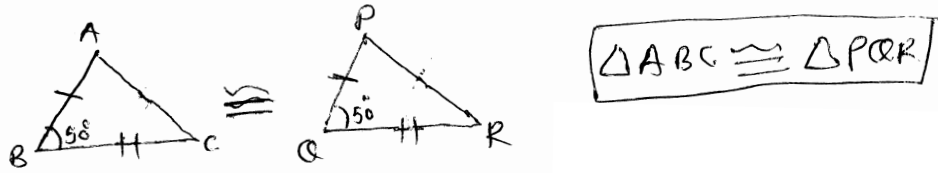
नोट:- यदि तीनो कोण दिये हो, तो त्रिभुज की रचना नहीं की जा सकती है।

यदि दो भुजाएँ और इनमें से एक के सामने का व्युत्क्रमकोण दिया हो तो त्रिभुज की संदिग्ध स्थिति उत्पन्न हो जाती है।

\* त्रिभुज की सर्वांगसमता :-

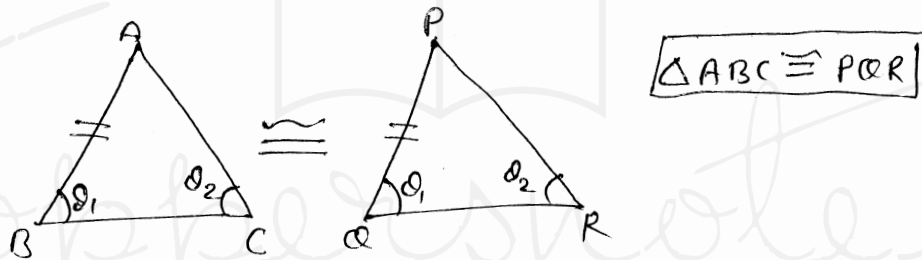
- दो आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं, यदि उनका एक ही आकार और एक ही माप हो।
- समान त्रिज्याओं वाले दो वृत्त सर्वांगसम होते हैं।
- समान भुजाओं वाले दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं।
- त्रिभुज सर्वांगसमता के नियम :-

- ① SAS सर्वांगसमता नियम :- एक त्रिभुज की दो भुजाएँ और अन्तर्गत कोण दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं और अन्तर्गत कोण के बराबर हो, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

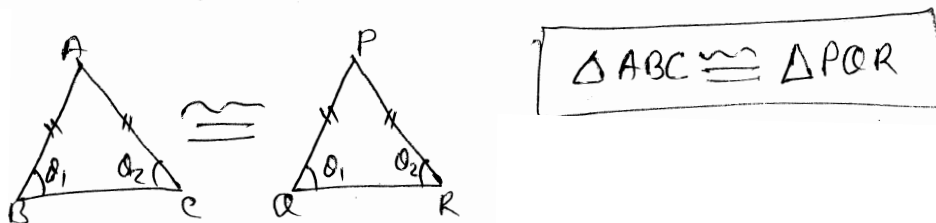


नोट → SAS नियम सत्य है परन्तु ASS या SSA नियम सत्य नहीं है।

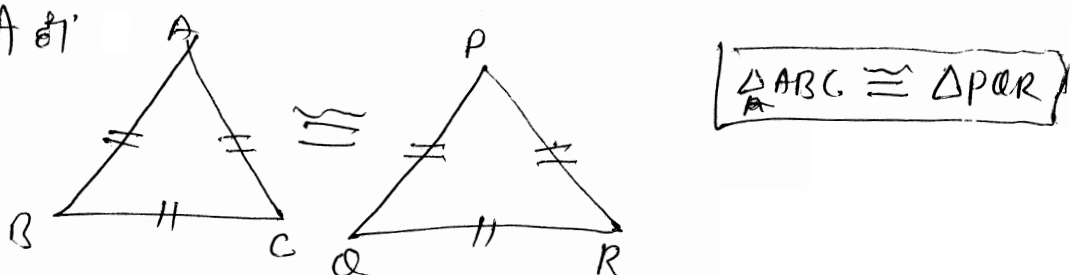
- ② ASA सर्वांगसमता नियम :- यदि एक त्रिभुज के दो कोण और उनकी अन्तर्गत भुजा, दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और उनकी अन्तर्गत भुजा के बराबर होंगी।



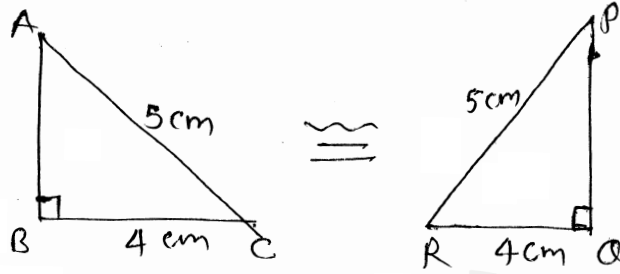
- ③ AAS सर्वांगसमता नियम :- त्रिभुज के दो कोणों के योग बराबर और संगत भुजाओं का एक योग बराबर हो।



- ④ SSS सर्वांगसमता का नियम :- जब दोनों त्रिभुज की सभी भुजा समान होती हैं।



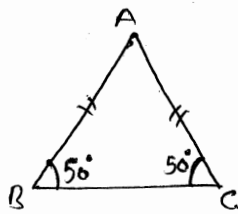
⑤ RHS सर्वांगसमता का नियम :- यदि दो समकोण त्रिभुजों में, एक त्रिभुज का कर्ण और एक भुजा क्रमशः दूसरे त्रिभुज के कर्ण एवं एक भुजा के बराबर हो, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।  
जो R.H.S. (समकोण - कर्ण - भुजा) को दर्शाता है।



$$\triangle ABC \cong \triangle PQR$$

✶ त्रिभुजों के कुछ गुण :-

① एक समद्विबाहु त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

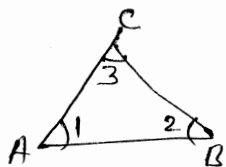


$$\begin{aligned} \text{भुजा } AB &= AC \\ \text{कोण } \angle B &= \angle C \end{aligned}$$

था।

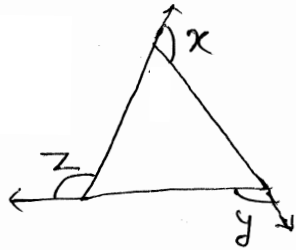
किसी त्रिभुज के बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।

② त्रिभुज के तीनों अन्तः कोणों का योग  $180^\circ$  होता है।



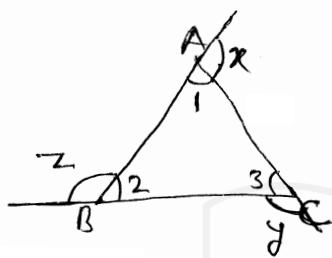
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

③ त्रिभुज के तीनों बाह्यकोणों का मान  $360^\circ$  होता है।



$$\angle x + \angle y + \angle z = 360^\circ$$

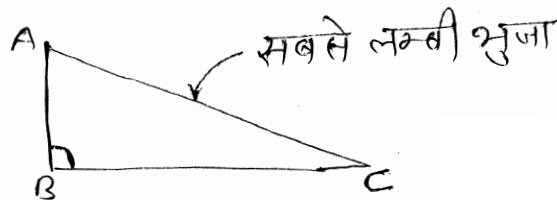
④ त्रिभुज के किसी एक भुजा को बढ़ाने पर बना बाह्यकोण, अन्तराभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है।



$$\begin{aligned} \angle x &= \angle 2 + \angle 3 \\ \angle y &= \angle 1 + \angle 3 \\ \angle z &= \angle 1 + \angle 2 \end{aligned}$$

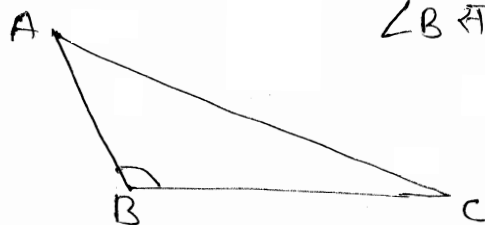
★ एउ त्रिभुज की असमिकाएँ :-

(1) यदि किसी त्रिभुज दो भुजाएँ असमान हों, तो लम्बी भुजा के सामने का सम्मुख कोण बड़ा होता है।



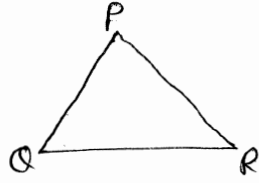
$$\angle B > \angle A > \angle C$$

② किसी त्रिभुज में, बड़े कोण के सम्मुख भुजा बड़ी (लम्बी) होती है।



$\angle B$  सबसे बड़ा तथा सामने भुजा AC सबसे लम्बी है।

- ③ किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का योग, तीसरी भुजा से सदैव अधिक होता है।



$$\begin{aligned} PQ + QR &> PR \\ QR + RP &> PQ \\ PQ + PR &> QR \end{aligned}$$



## त्रिभुज की ज्यामिति

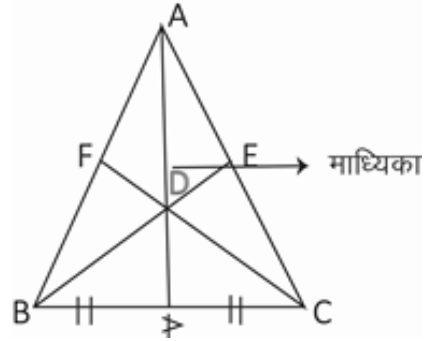
### त्रिभुज की माध्यिका

- त्रिभुज के शीर्ष से सम्मुख भुजा के मध्य बिन्दु को मिलाने वाली रेखा त्रिभुज की माध्यिका कहलाती है।  
माध्यिका भुजा

$$D = BC$$

$$E = AC$$

$$F = BA$$



- एक त्रिभुज पर अधिकतम तीन माध्यिकाएँ खींची जा सकती है।

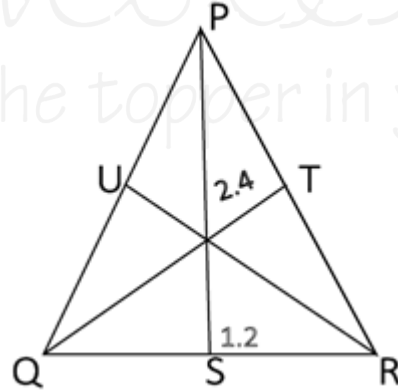
### त्रिभुज का केन्द्रक – (गुरुत्व केन्द्र)

- जिस बिन्दु से तीनों माध्यिकाएँ गुजरती है। वह बिन्दु त्रिभुज का केन्द्रक कहलाता है अर्थात् माध्यिकाओं का प्रतिच्छेदी या संगामी बिन्दु केन्द्रक कहलाता है।
- केन्द्रक माध्यिका को 2 : 1 में अन्तः विभाजित करता है।

**उदाहरण –** एक त्रिभुज PQR में माध्यिकाएँ QT तथा Ru बिन्दु V पर एक-दूसरे को प्रतिच्छेद करती है। रेखा PVS , QR से S पर मिलती है। यदि PV = 2.4 cm तब Ps की लम्बाई कितनी होगी?

**हल**

$$PS = PV + VS = 2.4 + 1.2 = 3.6$$

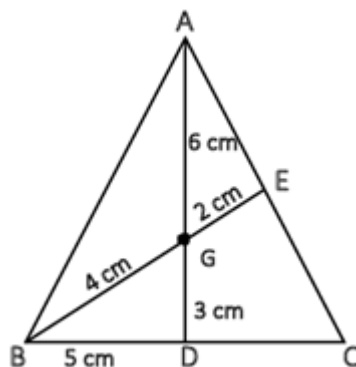


**उदाहरण –**  $\triangle ABC$  की दो माध्यिकाएँ AD और BE समकोण बनाते हुए G पर काटती है। तदनुसार यदि  $GAD = 9\text{CM}$  तथा  $BE = 6\text{CM}$  हो तो BD की लम्बाई कितनी CM होगी ?

$$AG = 9 \quad BG = 4$$

$$AG = 6 \quad BE = 2$$

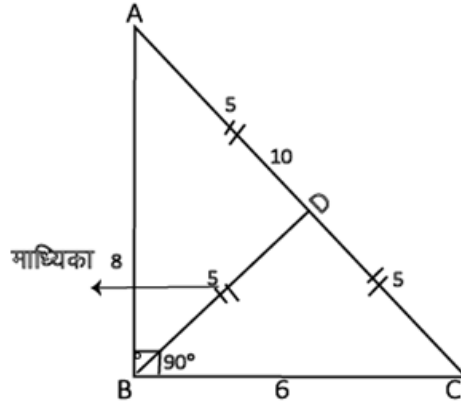
$$GD = 3 \quad BD = 5$$





## समकोण त्रिभुज की माध्यिका

**प्रमेय** – समकोण त्रिभुज के समकोण शीर्ष यदि कर्ण पर माध्यिका खींची जाए तो यह माध्यिका कर्ण की आधी होती है।



$$\text{माध्यिका} = \frac{\text{कर्ण}}{2}$$

$$\text{माध्यिका} = \frac{\text{कर्ण}}{2}$$

$$\text{माध्यिका} = \frac{10}{2} = 5$$

$$BD = AD = DC$$

दिया गया है –

(i)  $\Delta ABC$  समकोण है।

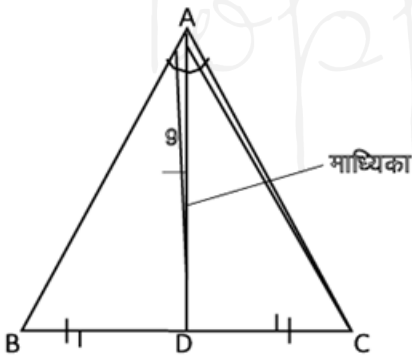
$$\angle B = 90^\circ$$

(ii)  $BD$  माध्यिका  $AC$  पर हैं।

$D$  भुजा  $AC$  का मध्य बिन्दु है।

परिणाम =  $BD = \frac{1}{2}AC$  (ii)  $BD = AD = DC$

**प्रमेय** – इस प्रमेय का विलोम भी सत्य है।



दिया गया है –

(i)  $AD \perp BC$  पर माध्यिका हैं।

(ii)  $AD = BD = DC$

परिणाम =  $\angle A = 90^\circ$

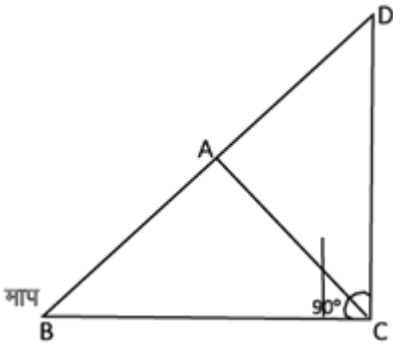
**उदाहरण** –

(i)  $AB = AC$

(ii)  $BA$  को  $D$  तक बढ़ाया

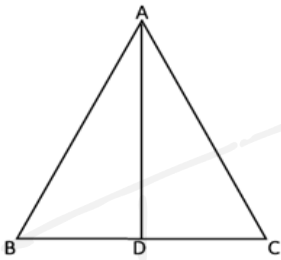
$AB = AD$  तो  $\angle BCD$  का मान क्या होगा?

हल -



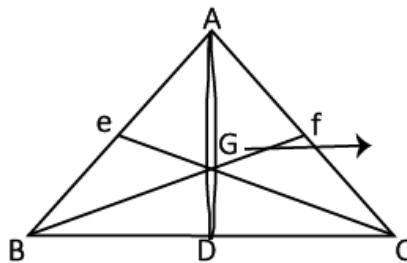
माधिका के गुणधर्म -

(i) त्रिभुज की माधिका त्रिभुज को 2 बराबर क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में बाँटती है।



भुजा BC का मध्य D बिन्दु  
 अतः क्षेत्र.  $\Delta ABD =$  क्षेत्र.  $\Delta ACD$

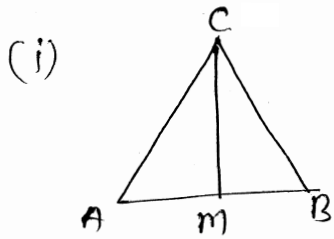
(ii) त्रिभुज की तीनों माधिकाएँ त्रिभुज को तीन बराबर क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में बाँटती है।



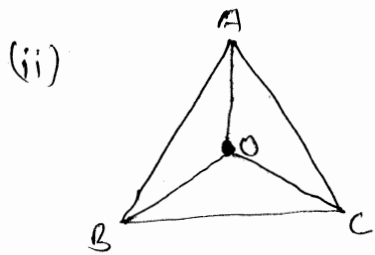
(i)  $\text{Are.}\Delta ABD = \text{Are.}\Delta ADC = \frac{1}{2} \text{ Are.}\Delta ABC$  का क्षेत्रफल

(ii)  $\text{Are.}\Delta ABG = \text{Are.}\Delta AGC = \frac{1}{3} \text{ Are.}\Delta ABC$

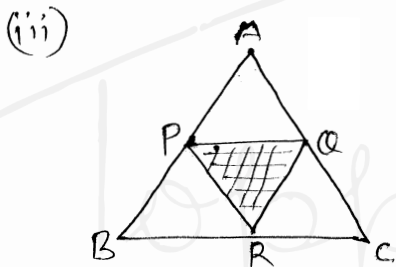
\* माहिका, त्रिभुज के दो बराबर भागों में क्षेत्रफल में बाँटी है।



क्षेत्रफल $\triangle ABC$ :	$\triangle ACM$
	2 : 1
क्षेत्रफल $\triangle AMC$ :	$\triangle BMC$
	1 : 1

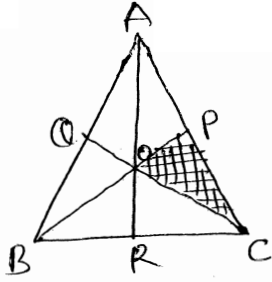


क्षेत्रफल $\triangle ABC$ :	$\triangle AOB$
	3 : 1
क्षेत्रफल $\triangle AOB$ :	$\triangle BOC, AOC$
	1 : 1 : 1



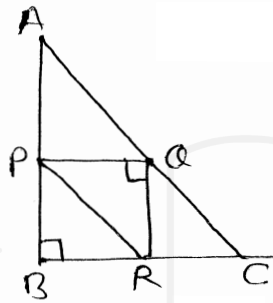
क्षेत्रफल $\triangle ABC$ :	$\triangle PQR$
	4 : 1

(iv)



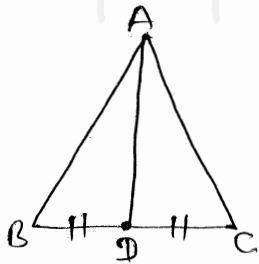
$$\text{क्षेत्रफल } \triangle ABC : \triangle POC \\ 6 : 1$$

(v) समकोण त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने से बना त्रिभुज समकोण त्रिभुज होता है।



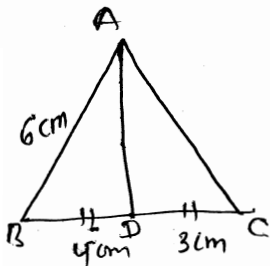
अतः  $\triangle PQR$  भी समकोण त्रिभुज है।

(vi) किसी त्रिभुज में एक कोण के समद्विभाजक से खींची गई भुजा सामने वाली भुजा को संगत अनुपात में विभाजित करती है।



$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}$$

Q. चित्र के अनुसार AC का मान ज्ञात करें।



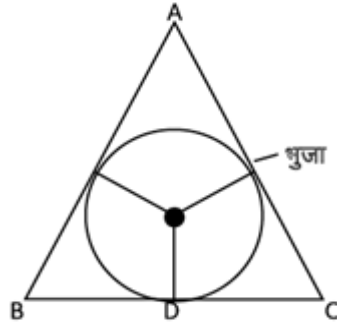
$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{AC}{3} \Rightarrow 4AC = 18$$

$$AC = 4.5 \text{ cm}$$

## त्रिभुज का अन्तः केन्द्र

- परिभाषा – त्रिभुज के अन्तः वृत्त का केन्द्र त्रिभुज का अन्तः केन्द्र कहलाता है।

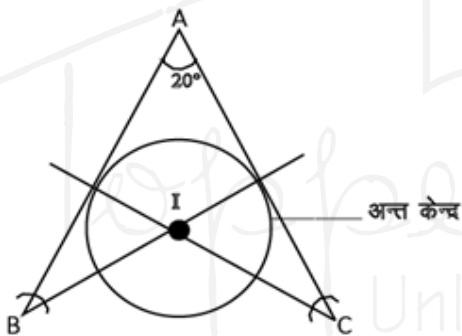


- त्रिभुज की भुजाओं से समदूरस्थ बिन्दु जिसकी भुजाओं से दुरी समान हो अन्तः केन्द्र कहलाता है।

ज्यामितिय परिभाषा – त्रिभुज के अन्तः कोणों के अर्द्धकों का प्रतिच्छेद बिन्दु त्रिभुज का अन्तः केन्द्र कहलाता है।

$I = \angle B$  का अर्धक

$I = \angle C$  का अर्धक



अन्तः केन्द्र का कोण –  $90 +$  शीर्षकोण का आधा या अन्तः केन्द्र पर बनने वाले कोण

$$90 + \frac{A}{2} = 90 + 10 = 100$$

