Toppersnotes®
Unleash the topper in you

2nd – Grade

Mathematics

Senior Teacher

Rajasthan Public Service Commission

Paper - 2

Volume – 3

(Secondary & Senior Secondary Standard)

SIERRA INNOVATIONS

2nd Grade

CONTENTS

Statistics and Probability

① माध्य (Mean) :- कोई n प्रेक्षणों के आकड़े $x_1\ x_2\ x_3 \cdots\cdots x_n$ है। इन प्रेक्षणों के योग मे प्रेक्षणों की संख्या (n) का भाग देने पर माध्य प्राप्त होता है। इसे ($\bar{x}$) से निरूपित करते है।

$$\text{माध्य} = \frac{\text{प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की संख्या}}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

$$\boxed{\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

② बहुलक (Mode) :- किसी आँकड़ो मे चर का वह मान जो सबसे अधिक बार उपस्थित हो तो, अर्थात जिस प्रेक्षण की बारम्बारता सर्वाधिक हो, वह बहुलक कहलाता है।

③ माध्यिका (Median) :- माध्यिका की गणना के लिए आकड़ो को आरोही या अवरोही क्रम मे व्यवस्थित करेंगे।

(i) यदि प्रेक्षणो की संख्या विषम हो तो माध्यिका $\left(\frac{n+1}{2}\right)$वाँ प्रेक्षण होता है।

(ii) यदि प्रेक्षणो की संख्या सम हो तो माध्यिका $\left(\frac{n}{2}\right)$ वाँ और $\left(\frac{n}{2}+1\right)$वाँ प्रेक्षणो का माध्य होती है।

(4) माध्य, माध्यिका एवं बहुलक में सम्बन्ध :-

$$\text{बहुलक} = 3(\text{माध्यिका}) - 2(\text{माध्य})$$

$$\text{माध्य} - \text{बहुलक} = 3(\text{माध्य} - \text{माध्यिका})$$

उदाहरण :- निम्नलिखित आँकडो का माध्य, माध्यिका एव बहुलक निकाले?

2, 5, 7, 5, 9, 5, 8, 11, 4

हल :- आंकडो को आरोही क्रम मे जमाने पर

2, 3, 5, 5, 5, 7, 8, 9, 11

$n = 9$

(i) माध्य $(\bar{x}) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

$$= \frac{2+3+5+5+5+7+8+9+11}{9}$$

$$= \frac{55}{9} = 6.11$$

(ii) बहुलक ⇒ इन आकडो में 5 सर्वाधिक बार अर्थात 3 बार आया है अतः बहुलक = 5

(iii) माध्यिका :- आँकडो की संख्या 9 विषम है तो

माध्यिका = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ वाँ पद

$= \left(\frac{9+1}{2}\right) = 5$ वाँ पद

माध्यिका = 5

क्योंकि इन आँकडो का 5 वाँ पद 5 है

(5) वर्गीकृत आकडो के लिए माध्य :-

$$\bar{x} = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n} f_i x_i \qquad \text{जहाँ } n' = \sum_{i=1}^{n} f_i$$

(6) प्रकीर्णन की माप (Measures of dispersion):-

आँकडो में प्रकीर्णन या विक्षेपण का माप प्रेक्षणों व वहाँ प्रयुक्त केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप के आधार पर किया जाता है।

प्रकीर्णन के निम्नलिखित माप है-

(a) परिसर (b) माध्य विचलन

(c) मानक विचलन (d) चतुर्थक विचलन

[A] परिसर (Range):-

किसी वर्गीकृत प्रेक्षणों के आँकडो के अधिकतम व न्यूनतम मूल्यों का अन्तर परिसर कहलाता है

परिसर = अधिकतम मान − न्यूनतम मान

उदाहरण:- प्रेक्षणों 2, 5, 7, 10, 3, 11 का परिसर ज्ञात करो।

परिसर = 11 − 2 = 9

[B] माध्य विचलन (Mean deviation):- [M.D.]

⇒ किसी प्रेक्षण का स्थिर मान से अन्तर प्रेक्षण का स्थिर मान से 'विचलन' कहलाता है।

⇒ स्थिर मान से विचलनो के निरपेक्ष मानो का माध्य, 'माध्य विचलन' कहलाता है।

$$M.D. = \frac{\text{स्थिर मान से विचलनों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की संख्या}}$$

(i) अवर्गीकृत आँकडो के लिए माध्य विचलन :-

किसी n प्रेक्षणों के आँकडे $x_1, x_2, x_3 \cdots x_n$ है।

प्रेक्षण x_i का a से विचलन क्रमशः

$x_1 - a,\ x_2 - a,\ x_3 - a,\ \cdots\cdots x_n - a$

विचलनो का निरपेक्ष मान

$|x_1-a|\ |x_2-a|\ |x_3-a| \cdots |x_n-a|$

विचलनो के निरपेक्ष मानो का माध्य
अर्थात माध्य 'a' के सापेक्ष माध्य विचलन है

$$M.D.(a) = \frac{|x_1-a|\ |x_2-a|\ |x_3-a| \cdots |x_n-a|}{n}$$

$$M.D(a) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - a|}{n}$$

माध्य '$\bar{x}$' के सापेक्ष माध्य विचलन

$$MD(\bar{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}$$

माध्यिका M के सापेक्ष माध्य विचलन

$$M.D.(M) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - M|}{n}$$

(ii.) वर्गीकृत आँकड़ो के लिए माध्य विचलन :-
कीसी आँकड़ो में n भिन्न प्रेक्षण $x_1\ x_2\ x_3 \cdots x_n$ है जिनसी बारम्बारताएँ क्रमशः $f_1\ f_2\ f_3 \cdots f_n$ है।

आँकड़ो का माध्य $(\bar{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{n'} \qquad \left[\text{जहाँ } \sum_{i=1}^{n} f_i = n'\right]$$

प्रेक्षणों का माध्य $\bar{x}$ के सापेक्ष विचलनो का निरपेक्ष मान

$|x_1-\bar{x}|\ |x_2-\bar{x}|\ |x_3-\bar{x}| \cdots |x_n-\bar{x}|$

माध्य $(\bar{x})$ के सापेक्ष माध्य विचलन

$$M.D(\bar{x}) = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n} f_i |x_i - \bar{x}|$$

माध्यिका M के सापेक्ष माध्य विचलन

$$M \cdot D \cdot (M) = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n} f_i |x_i - M|$$

Example :- (1) निम्नलिखित आँकड़ो के लिए माध्य का सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात करो

x_i	2	5	6	8	10	12
f_i	2	8	10	7	8	15

हल

x_i	f_i	$f_i x_i$	$\|x_i - \bar{x}\|$	$f_i \|x_i - \bar{x}\|$
2	2	4	5.5	11
5	8	40	2.5	20
6	10	60	1.5	15
8	7	56	0.5	3.5
10	8	80	2.5	20
12	5	60	4.5	22.5
	$\Sigma f = 40$	$\Sigma fx = 300$		$\Sigma f\|x-\bar{x}\| = 92$

$$n' = \sum_{i=1}^{6} f_i = 40 \qquad \sum_{i=1}^{6} f_i x_i = 300$$

$$\text{माध्य } \bar{x} = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{6} f_i x_i = \frac{1}{40} \times 300 = 7.5$$

$$\sum_{i=1}^{6} f|(x_i - \bar{x})| = 92$$

माध्य $\bar{x}$ के सापेक्ष माध्य विचलन

$$M \cdot D \cdot (\bar{x}) = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{6} f_i |x_i - \bar{x}|$$

$$M \cdot D (\bar{x}) = \frac{1}{40} \times 92 = 2.3$$

C. प्रसरण और मानक विचलन :-
(Variance and Standard Deviation)

(i) प्रसरण :- कोई $x_1\ x_2\ x_3 \cdots x_n$ प्रेक्षण है जिनका माध्य $\bar{x}$ है।

तो $(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+(x_3-\bar{x})^2 \cdots + (x_n-\bar{x})^2$

अर्थात $\sum_{i=1}(x_i-\bar{x})^2$ प्राप्त विचलन के वर्गों के योग में प्रेक्षणों की संख्या का भाग देने पर प्राप्त संख्या माध्य प्रसरण कहलाता है। इसे σ^2 से निरूपित करते है।

प्रसरण $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$

(ii) मानक विचलन :- मानक विचलन को सामान्यतः σ से प्रदर्शित करते है।

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$$

प्रसरण $= (\text{मानक विचलन})^2$

(iii) एक असतत बारम्बारता बंटन का मानक विचलन :-

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n'}\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i-\bar{x})^2}$$

(iv) एक सतत बारम्बारता बंटन का मानक विचलन :-

$$\sigma = \frac{1}{n'}\sqrt{n'\sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} f_i x_i\right)^2}$$

D विचरण गुणांक :-
(Coefficient of Variation) $\boxed{C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100}$ जहाँ $\bar{x} \neq 0$

Toppersnotes
Unleash the topper in you

प्रायिकता
PROBABILITY

* "किसी घटना के होने की सम्भावना को प्रायिकता (Probability) कहते हैं।"

* प्रतिदर्श समष्टि :- किसी यादृच्छिक घटना / परीक्षण के किसी संभावित नतीजे को परिणाम कहते हैं तथा परीक्षण या घटना के सभी संभावित परिणामों का समुच्चय उस परीक्षण / घटना का 'प्रतिदर्श समष्टि' कहलाता है। इसे S द्वारा प्रदर्शित करते हैं।
प्रतिदर्श समष्टि का प्रत्येक परिणाम प्रतिदर्श बिन्दु कहलाता है।

उदाहरण :- दो सिक्कों को एक बार उछाला जाता है। इसका प्रतिदर्श समष्टि ज्ञात करो ?
हल :- 1 सिक्के पर दो परिणाम होते हैं चित्त (H) व पट (T)
तो दो सिक्कों के संभावित परिणाम हो सकते हैं

H, H   H,T   T,H   T,T

अतः प्रतिदर्श समष्टि $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

① घटना (Event) :-
"प्रतिदर्श समष्टि S का कोई उपसमुच्चय एक घटना कहलाएगी।"

(i) असंभव घटना :→ यदि किसी घटना के घटित होने की संभावना न हो तो उसे असंभव घटना कहते हैं।
रिक्त समुच्चय $\phi = \{\ \}$ को असंभव घटना के रूप में प्रदर्शित करेंगे।

(ii) निश्चित घटना :→ यदि किसी घटना के घटित होने की संभावना निश्चित हो तो उसे निश्चित घटना कहते हैं।
पूर्ण प्रतिदर्श समष्टि S को निश्चित घटना के रूप में प्रदर्शित करेंगे।

(iii) सरल घटना :→ यदि किसी घटना में केवल एक प्रतिदर्श बिन्दु हो, उसे सरल घटना कहते है।

(iv.) मिश्र घटना :→ यदि किसी घटना में एक से अधिक प्रतिदर्श बिन्दु हो, उसे मिश्र मिश्र घटना कहते है।

Example:- ① किसी पासे को फेंकने पर अंक 7 प्राप्त होना एक असंभव घटना है। क्योंकि पासे मे अंक 1, 2, 3, 4, 5, 6 ही होते है पासे की प्रतिदर्श समष्टि $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ है

तथा

② किसी पासे को फेंकने पर सम या विषम संख्या प्राप्त होना एक निश्चित घटना है। क्योंकि पासे मे सम अंक 2, 4, 6 व विषम अंक 1, 3, 5 होते है।

③ दो सिक्को को उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$

केवल एक प्रतिदर्श बिन्दु अर्थात सरल घटना $\{HH\}$ व $\{TT\}$ होगी।

एक से अधिक प्रतिदर्श बिन्दु अर्थात मिश्र घटना $\{HT\}$ व $\{TH\}$ होगी।

② घटनाओं का बीजगणित :-

(i) पूरक घटना :→ प्रत्येक घटना A के सापेक्ष एक अन्य घटना A' होती है जिसे घटना A की पूरक घटना या घटना 'A नही' कहते है।

इसे समुच्चय A' या S-A या 'A-नही' के रूप मे प्रदर्शित करते है।

(ii.) घटना 'A या B' :→ दो समुच्चय A तथा B का सम्मिलन, घटना 'A या B' कहलाती है इसे $A \cup B$ द्वारा प्रदर्शित करते है।

(iii.) घटना 'A और B' :→ दो समुच्चय A तथा B का सर्वनिष्ठ समुच्चय को घटना 'A और B' कहते है।

इसे $A \cap B$ द्वारा प्रदर्शित करते है।

(iv.) घटना 'A किन्तु B नहीं' :→ जब कोई घटना A में तो हो लेकिन B में न हो तो उसे घटना 'A किन्तु B नहीं' कहते हैं।

इसे $A - B$ या $A \cap B'$ द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

(v.) परस्पर अपवर्जी घटनाएँ :→ दो घटनाएँ A और B परस्पर अपवर्जी घटनाएं कहलाती है यदि वे दोनों एक साथ घटित नहीं हो सकती।

अर्थात् समुच्चय A और B असंयुक्त होते हैं।

$$A \cap B = \phi$$

(vi.) निःशेष घटनाएँ :→ दो या दो से अधिक वे घटनाएँ जिनका सम्मिलन करने पर प्रतिदर्श समष्टि S प्राप्त हो तो उसे निःशेष घटनाएँ कहेंगे।

$$A \cup B = S$$

उदाहरण:- किसी पासे की प्रतिदर्श समष्टि $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

सम अंक आने की घटना $A = \{2, 4, 6\}$

विषम अंक आने की घटना $B = \{1, 3, 5\}$

समुच्चय A तथा B का सर्वनिष्ठ($\cap$) करने पर हमें रिक्त समुच्चय प्राप्त होगा $A \cap B = \phi$

अर्थात घटना ~~A व~~ B परस्पर अपवर्जी घटना है।

समुच्चय A तथा B का सम्मिलन($\cup$) करने पर प्रतिदर्शसमष्टि प्राप्त होगी $A \cup B = S$

अर्थात घटना निःशेष घटना है।

(3) घटना की प्रायिकता :-

⇒ किसी घटना A की प्रायिकता को P(A) द्वारा प्रदर्शित करेंगे

घटना E की प्रायिकता, P(E)

$$\boxed{\text{प्रायिकता } P(E) = \frac{\text{घटना E के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{घटना E के कुल परिणामों की संख्या}}}$$

"किसी घटना के सभी प्रायिकताओं का योग सदैव "1" होता है।"

⇒ घटना 'A या B' की प्रायिकता $P(A \cup B)$ होता है।

$$P(A \cup B) \neq P(A) + P(B)$$

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

जहाँ $P(A) \rightarrow$ घटना A की प्रायिकता

$P(B) \rightarrow$ घटना B की प्रायिकता

$P(A \cup B) =$ घटना 'A या B' की प्रायिकता

$P(A \cap B) =$ घटना 'A और B' की प्रायिकता

⇒ घटना 'A - नहीं' की प्रायिकता $P(A')$ होती है।

$$\boxed{P(A') = 1 - P(A)}$$

जहाँ $P(A) \rightarrow$ घटना A की प्रायिकता

$P(A') \rightarrow$ घटना A की पूरक घटना A' की प्रायिकता अर्थात 'A - नहीं' की प्रायिकता

$$P(A) + P(A') = 1$$

⇒ यदि A तथा B परस्पर अपवर्जी घटना है तो

$$P(A \cap B) = P(\phi) = 0$$

Example : ① तीन सिक्कों को एक बार उछाला जाता है। तो इनकी प्रतिदर्श समष्टि = {HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT}

अर्थात कुल परिणामों की संख्या 8 है।

(i) घटना A: तीन चित्त प्रकट होना

A = {HHH}

अनुकूल परिणाम संख्या = 1

प्रायिकता $P(A) = \frac{1}{8}$

(ii) घटना B: दो पट प्रकट होना

B : {TTH, THT, HTT}

अनुकूल परिणाम संख्या = 3

प्रायिकता $P(B) = \frac{3}{8}$

Example:- (2) एक पासे को उछाला जाता है। तो इसकी प्रतिदर्श समष्टि
$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ है कुल परिणामों की संख्या = 6 है।

(i) घटना A : एक अभाज्य संख्या प्रकट होना

$A = \{2, 3, 5\}$ अनुकूल परिणाम = 3

प्रायिकता $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(ii) घटना B : एक सम संख्या प्रकट होना

$B = \{2, 4, 6\}$ अनुकूल परिणाम = 3

प्रायिकता $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(iii) घटना $(A \cup B) = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

अनुकूल परिणाम = 5

प्रायिकता $P(P \cup B) = \frac{5}{6}$

(iv) घटना $(A \cap B) = \{2\}$ अनुकूल परिणाम = 1

प्रायिकता $P(A \cap B\} = \frac{1}{6}$

(v) $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{5}{6} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

(vi) घटना B' : सम संख्या नहीं होने प्रायिकता

$$P(B') = 1 - P(B)$$
$$= 1 - \frac{1}{2}$$
$$= \frac{1}{2}$$

(4.) सप्रतिबंध प्रायिकता (Conditional Probability) :-

⇒ परिभाषा :- यदि E तथा F किसी यादृच्छिक परीक्षण के प्रतिदर्श समष्टि से संबंधित दो घटनाएँ है तो F के घटित होने पर E की प्रायिकता होगी

$$\boxed{P\left(\frac{E}{F}\right) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}}$$ जहाँ $P(F) \neq 0$

=> सप्रतिबंध प्रायिकता के गुण :-

(i) यदि E तथा F किसी प्रतिदर्श समष्टि S की दो घटनाएँ है तो

$$P\left(\frac{S}{F}\right) = \frac{P(S \cap F)}{P(F)} = P\left(\frac{F}{F}\right) = 1$$

$$P\left(\frac{S}{F}\right) = P\left(\frac{F}{F}\right) = 1$$

(ii) यदि A और B प्रतिदर्श समष्टि S की दो घटनाएँ है तथा F एक अन्य घटना है जहाँ $P(F) \neq 0$ तो

$$P\left(\frac{A \cup B}{F}\right) = P\left(\frac{A}{F}\right) + P\left(\frac{B}{F}\right) - P\left(\frac{A \cap B}{F}\right)$$

जब A तथा B परस्पर अपवर्जी घटना है तो $A \cap B = \phi$

$$P\left(\frac{A \cup B}{F}\right) = P\left(\frac{A}{F}\right) + P\left(\frac{B}{F}\right)$$

(iii) यदि E और F प्रतिदर्श समष्टि S की दो घटनाए है तथा E की पूरक घटना E' हो तो

$$P\left(\frac{E'}{F}\right) = 1 - P\left(\frac{E}{F}\right)$$

Example :- (1) यदि एक परिवार में दो बच्चे है और यह ज्ञात हो कि बच्चो में से कम से कम एक बच्चा लड़का है तो दोनो बच्चो के लड़का होने की प्रायिकता है।

हल:- लड़के - b तथा लड़की - g हो तो प्रतिदर्श समष्टि

$$S = \{bb, gb, bg, gg\}$$

घटना E : दोनो बच्चे लड़के है

$$E = \{bb\}$$

घटना F : कम से कम एक बच्चा लड़का है

$$F = \{bb, gb, bg\}$$

प्रायिकता $P(F) = \frac{3}{4}$

घटना $E \cap F = \{bb\}$

प्रायिकता $P(E \cap F) = \frac{1}{4}$

अत:

$$\text{प्रायिकता } P\left(\frac{E}{F}\right) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

Example (2) एक विद्यालय में 1000 विद्यार्थी है, जिनमे से 430 Girls है। यह ज्ञात है कि 430 मे से 43 लड़किया कक्षा 12th में पढ़ती है तो क्या प्रायिकता है कि यादृच्छया चुना गया विद्यार्थी कक्षा 12th में पढ़ती हुई एक Girl है।

हल:- घटना E : चुना गया विद्यार्थी 12th में पढ़ता है।

घटना F = चुना गया विद्यार्थी एक Girl है।

$$P(F) = \frac{430}{1000} = 0.43 \qquad P(E \cap F) = \frac{43}{1000} = 0.043$$

$$P\left(\frac{E}{F}\right) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{0.043}{0.43} = 0.1 = \frac{1}{10}$$

(5) प्रायिकता का गुणन नियम :-
यदि E तथा F एक प्रतिदर्श समष्टि S की कोई दो घटनाएँ है, तो

$$P(E\cap F) = P(F)\cdot P\left(\frac{E}{F}\right)$$

या

$$P(E\cap F) = P(E)\cdot P\left(\frac{F}{E}\right)$$

जहाँ $P(E)\neq 0$ व $P(F)\neq 0$ हो

(6) स्वतंत्र घटनाएँ :-
दो घटनाएँ E तथा F स्वतंत्र घटनाएँ कहलाएगी यदि

$$P\left(\frac{F}{E}\right) = P(F) \qquad P(E)\neq 0$$

$$P\left(\frac{E}{F}\right) = P(E) \qquad P(F)\neq 0$$

अतः किसी एक घटना के घटित होने पर दूसरी घटना की प्रायिकता पर कोई प्रभाव न पड़े तो ऐसी घटनाओं को स्वतंत्र घटना कहते है।

गुण :- यदि E और F किसी प्रतिदर्श समष्टि S की दो घटनाएँ है तो E और F स्वतंत्र घटनाएँ होगी यदि

$$P(E\cap F) = P(E)\cdot P(F)$$

प्रायिकता के लिए बेयज प्रमेय

~~आद~~ बेयज प्रमेय – यदि कोई प्रयोग चरणों में पूरा हो जो एक के बाद एक एकान्तर क्रम में हो इस स्थिति में यदि द्वितीय चरण का कोई परिणाम ज्ञात हो तो प्रथम चरण के लिए किसी घटना की प्रायिकता बेयज प्रमेय से ज्ञात की जा सकती है।

सम्पूर्ण ~~संयुक्त~~ प्रायिकता प्रमेय –

प्रथम चरण = A

द्वितिय चरण = $A_1, A_2, A_2 \ldots A_n$) ज्ञात

सम्पूर्ण प्रायिकता $\Rightarrow P(A) = P(A_1) \times P\left(\frac{A}{A_1}\right) + P(A_2) \times P\left(\frac{A}{A_2}\right) + P(A_3) \times P\left(\frac{A}{A_3}\right) + \ldots P(A_n) \times P\left(\frac{A}{A_n}\right)$

तब बेयज प्रमेय से

$$P\left(\frac{A_j}{A}\right) = \frac{P(A \cap A_j)}{P(A)}$$

$$= \frac{P\left(\frac{A}{A_j}\right) \times P(A_j)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(A_j) \times P\left(\frac{A}{A_j}\right)}{\sum P(A_j) \times P(A/A_j)}$$

Ex. दो बैग A व B मेंसे A में 2W व 3B गेंद हैं तथा B में 4W व 5 Black गेंद है। किसी एक बैग का चयन कर (यादृच्छया चयन) उसमें से एक गेंद निकालने पर यदि यह ज्ञात है कि सफेद गेंद सफेद है। तो क्या प्रा० है कि वह A से आई?

प्रथम चरण बैग का चयन

$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$

यह ज्ञात है कि गेंद सफेद है

सम्पूर्ण प्रायिकता $= P(A) \times P\left(\frac{W}{A}\right) + P(B) \times P\left(\frac{W}{B}\right)$

I II