



2nd – Grade

Mathematics

Senior Teacher

Rajasthan Public Service Commission

Paper - 2

Volume – 2

(Secondary & Senior Secondary Standard)



2nd Grade

CONTENTS

Mathematics

(Secondary & Senior Secondary Level)

Volume - 2

1.	Sets, Relations and Functions	1
	• Sets and their types	1
	• Operations of sets	8
	• Laws of sets	9
	• De-morgan's law	10
	• Venn diagram	10
	• Relation	12
	• Function	22
	• Special Function	66
2.	Trigonometry	94
	• Trigonometric ratio of angles	94
	• Measuring angles in degree and radian	95
	• Trigonometric Function with minimum and maximum value	97
	• Trigonometric formulas	97
	• Trigonometric Equation	116
	• Inverse trigonometric function	123
	• Height and Distance	135

3.	Analytical Geometry	144
	(i) Two Dimensional Geometry	147
	• Distance formula	147
	• Section formula	147
	• Types of Centers in Triangle	152
	• Straight line	162
	• Circle	214
	• Parabola	233
	• Ellipse	259

Analytical Geometry

* बिन्दु (Point) -

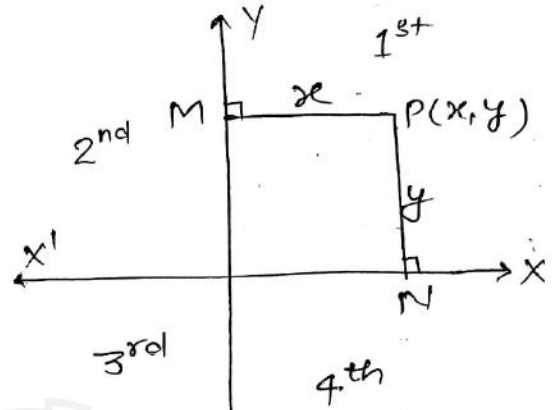
— चतुर्थांश (Quadrant)

I $XOY \rightarrow (+, +)$

II $X'OY \rightarrow (-, +)$

III $X'OY' \rightarrow (-, -)$

IV $XOY' \rightarrow (+, -)$



x निर्देशांक = P की y -इका से लम्बवत दूरी

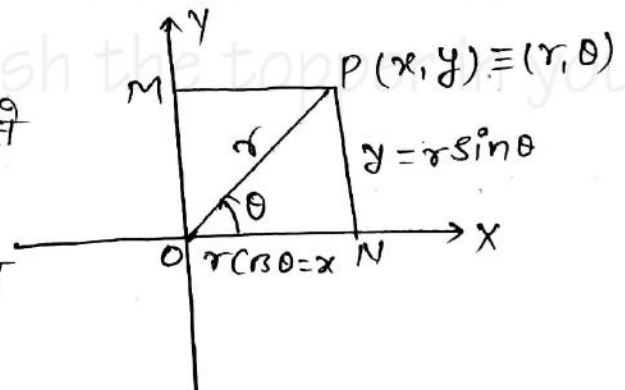
y -निर्देशांक = P की x -इका

\Rightarrow कार्तीय व ध्रुवीय निर्देशांक व इनमें संबंध -

$$P(x, y) \equiv (r, \theta)$$

$r \rightarrow$ बिन्दु P की मूल बिन्दु O से दूरी

$\theta \rightarrow$ OP द्वारा x -इका के साथ बनाया गया कोण



$$\boxed{x = r \cos \theta, y = r \sin \theta} \quad (r, \theta) \rightarrow (x, y)$$

ΔOPN में -

$$\boxed{r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$(x, y) \rightarrow (r, \theta)$$

* $\phi = \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$

II^{nd} $x < 0, y > 0$ $\theta = \pi - \phi$	I^{st} $x > 0, y > 0$ $\theta = \phi$
III^{rd} $x < 0, y < 0$ $\theta = -(\pi - \phi)$ $= -\pi + \phi$	4^{th} $x > 0, y < 0$ $\theta = -\phi$

(i) यदि $(x, y) \in \text{I}^{\text{st}} \Rightarrow \theta = \phi$

(ii) यदि $(x, y) \in \text{2}^{\text{nd}} \Rightarrow \theta = \pi - \phi$

(iii) यदि $(x, y) \in \text{3}^{\text{rd}} \Rightarrow \theta = -\pi + \phi$

(iv) यदि $(x, y) \in \text{4}^{\text{th}} \Rightarrow \theta = -\phi$

Exa- निम्न बिन्दुओं की ध्रुवीय रूप में बदलो -

$A(1, -1), B(-\sqrt{3}, 1), C(-1, 1), D(-1, -1), E(1, -1), F(1, -\sqrt{3})$

$G(3, -4), Z(-6, -7)$

Solⁿ

$(1, 1) \equiv (\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$

$(-1, 1) \equiv (\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4})$

$(-1, -1) \equiv (\sqrt{2}, -\frac{3\pi}{4})$

$(1, -1) \equiv (\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4})$

$(1, \sqrt{3}) \equiv (2, \frac{\pi}{3})$

$(-1, \sqrt{3}) \equiv (2, \frac{2\pi}{3})$

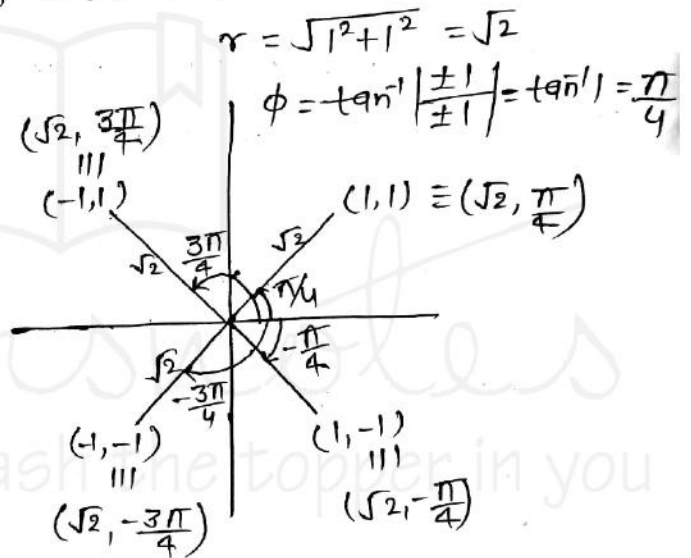
$(-1, -\sqrt{3}) \equiv (2, -\frac{\pi}{3})$

$(1, -\sqrt{3}) \equiv (2, -\frac{2\pi}{3})$

$(\sqrt{3}, -1) \equiv (2, -\frac{\pi}{6})$

$(-\sqrt{3}, -1) \equiv (2, -\frac{5\pi}{6})$

$(3, 4) \equiv (5, \tan^{-1} \frac{4}{3})$



$\phi = -\tan^{-1} |\sqrt{3}| = \frac{\pi}{3}$

$$(-3, 4) \equiv (5, \pi - \tan^{-1} \frac{4}{3})$$

$$(-3, -4) \equiv (5, -\pi + \tan^{-1} \frac{4}{3})$$

$$(3, -4) \equiv (5, -\tan^{-1} \frac{4}{3})$$

$$(-6, 7) \equiv (\sqrt{85}, \pi - \tan^{-1} \frac{7}{6})$$

Que. निम्न बिन्दुओं की कार्तीय रूप में बदलो - $x = r \cos \theta$
 $y = r \sin \theta$

$$A \left(5, \frac{3\pi}{4} \right) \equiv \left(-\frac{5}{\sqrt{2}}, \frac{5}{\sqrt{2}} \right), \quad x = 5 \cos \frac{3\pi}{4} = 5 \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -\frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$y = 5 \sin \frac{3\pi}{4} = 5 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$B \left(2, -\frac{7\pi}{4} \right) \equiv (\sqrt{2}, \sqrt{2}), \quad x = 2 \cos \left(-\frac{7\pi}{4} \right) = 2 \cos \frac{7\pi}{4} = 2 \cos \frac{\pi}{4} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$y = 2 \sin \left(-\frac{7\pi}{4} \right) = -2 \sin \frac{7\pi}{4} = 2 \sin \frac{\pi}{4} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$C \left(4, \frac{\pi}{6} \right) \equiv (2\sqrt{3}, 2), \quad x = 4 \cos \left(\frac{\pi}{6} \right) = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$y = 4 \sin \left(\frac{\pi}{6} \right) = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$D \left(5, \tan^{-1} \frac{3}{4} \right) \equiv (4, -3), \quad \frac{y}{x} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{1}, \quad \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \quad \left(\frac{5}{5} = 1 \right)$$

$$E \left(20, -\pi + \tan^{-1} \frac{4}{3} \right) \equiv (-12, -16), \quad \frac{y}{x} = \frac{4}{3} \times \frac{4}{4}, \quad \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \quad \left(\frac{20}{5} = 4 \right)$$

$$F \left(10, -\tan^{-1} 2 \right) \equiv (2\sqrt{5}, -4\sqrt{5}), \quad \frac{y}{x} = \frac{2 \times 2\sqrt{5}}{1 \times 2\sqrt{5}}, \quad \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{5} \quad \left(\frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \right)$$

$$G \left(20, -\pi + \tan^{-1} \frac{1}{2} \right) \equiv (-8\sqrt{5}, -4\sqrt{5}), \quad \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \times \frac{4\sqrt{5}}{4\sqrt{5}}, \quad \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{5}, \quad \left(\frac{20}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5} \right)$$

$$H \left(50, \pi - \tan^{-1} \frac{3}{4} \right) \equiv (-40, 30), \quad \frac{y}{x} = \frac{3}{4} \times \frac{10}{10}, \quad \sqrt{x^2 + y^2} = 5, \quad \left(\frac{50}{5} = 10 \right)$$

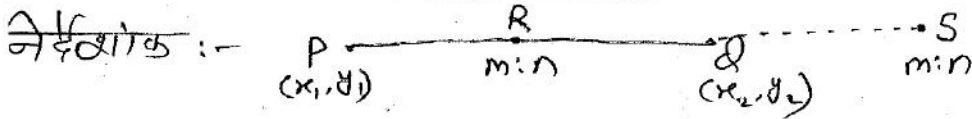
$$I \left(100, +\tan^{-1} 2 \right) \equiv (20\sqrt{5}, 40\sqrt{5}), \quad \frac{y}{x} = \frac{2}{1} \times \frac{20\sqrt{5}}{20\sqrt{5}}, \quad \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{5}, \quad \left(\frac{100}{\sqrt{5}} = 20\sqrt{5} \right)$$

Two Dimensional Geometry

दूरी सूत्र $\Rightarrow PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

3D में $\Rightarrow PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$

PQ को min में अन्तर्विभाजित करने वाले point के



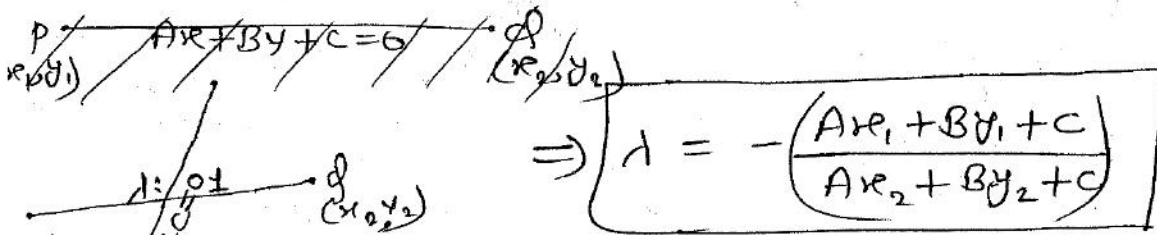
$$R \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

बाह्यविभाजित $\Rightarrow S \left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n} \right)$

मध्यबिंदु $\Rightarrow \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

S & Q से जाने वाली रेखा पर किसी भी point के

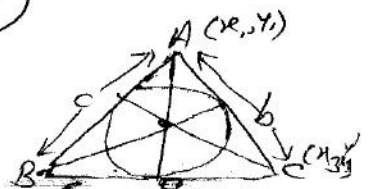
नेर्देशांक $\Rightarrow \left(\frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda} \right)$



If $\lambda = +ive \Rightarrow$ अंतः विभाजन
 $\lambda = -ive \Rightarrow$ बाह्य - " -

का केन्द्रक $\Rightarrow \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$

त्रिकेन्द्र $\Rightarrow \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$

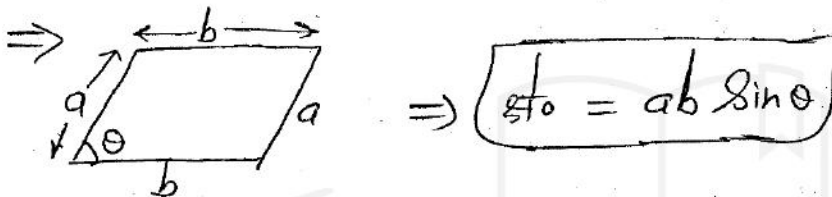


⇒ समकोण Δ का परिकेंद्र कर्ण का मध्य बिंदु होता है

⇒ समकोण Δ का लम्बकेंद्र उसी Δ का वह शीर्ष होता है जिस पर समकोण है।

Δ का क्षेत्रफल ⇒ $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$

समरेश्वर ⇒ $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$



समान्तर चतुर्भुज

⇒ अक्षों का रूपांतरण ⇒

① समान्तर्रीय रूपांतरण ⇒

$x = h + x'$ या $x' = x - h$
 $y = k + y'$ या $y' = y - k$

② घूर्णन रूपांतरण ⇒

$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta$

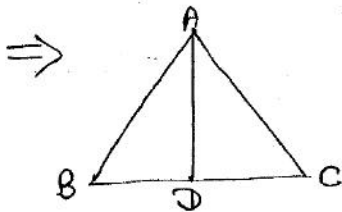
$y = x' \sin \theta + y' \cos \theta$

$x' = x \cos \theta + y \sin \theta$

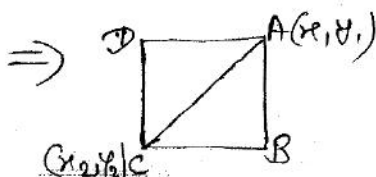
$y' = -x \sin \theta + y \cos \theta$

Trick-

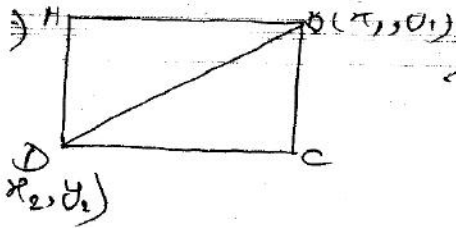
	x	y
x'	$\cos \theta$	$\sin \theta$
y'	$-\sin \theta$	$\cos \theta$



$AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + DC^2)$



Then वर्ग का क्षेत्रफल $\text{क्ष०} = \frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{2}$



Then आयत का क्षेत्र = $\frac{1}{2} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

\Rightarrow $A(x_1, y_1) \quad B(x_2, y_2) \Rightarrow \sqrt{x_2^2 + y_2^2 - 2x_1x_2 \cos \theta}$

\Rightarrow प्रवणता $m(PQ) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

1) (x, y_1) से जाने वाली रेखा $\&$ m प्रवणता वाली रेखा \Rightarrow
 $y - y_1 = m(x - x_1)$

2) दो points $P(x_1, y_1)$ $\&$ $Q(x_2, y_2)$ से जाने वाली रेखा \Rightarrow
 $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$
 \downarrow
 m (प्रवणता)

3) रेखा $Ax + By + c = 0$ के लिए प्रवणता \Rightarrow
 $m = -\frac{A}{B} = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{y \text{ का गुणांक}}$

4) दो रेखाओं $y = m_1x + c$ $\&$ $y = m_2x + c$ के मध्य कोण \Rightarrow
 $\tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}$

If $\tan \theta = +ive \Rightarrow$ न्यून कोण
 $\tan \theta = -ive \Rightarrow$ अधिक कोण

समान $\Rightarrow m_1 = m_2$

लम्बवत् $\Rightarrow m_1m_2 = -1$

⇒ दो रेखाएँ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ } परस्पर संपात होंगी
 $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

यदि $\boxed{\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}}$

⇒ बिंदु (x_1, y_1) से जाने वाली α रेखा $y = mx + c$ की α -कोण बनाने वाली रेखाओं के समी. ⇒

$$y - y_1 = \frac{m - \tan \alpha}{1 + m \tan \alpha} (x - x_1)$$

$$\& y - y_2 = \frac{m + \tan \alpha}{1 - m \tan \alpha} (x - x_1)$$

⇒ दो समांतर रेखाओं $ax + by + c_1 = 0$ & $ax + by + c_2 = 0$ के मध्य दूरी ⇒ $\frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

⇒ तीन रेखाएँ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ } संगामी होंगी यदि ⇒
 $a_2x + b_2y + c_2 = 0$
 $a_3x + b_3y + c_3 = 0$ $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ हो।

। तीन बिंदु A, B, C संमरस्वीय होंगे ⇒

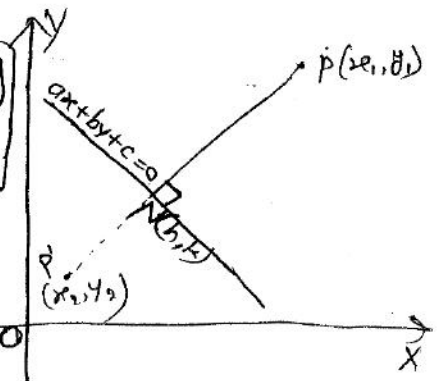
यदि ① ΔABC का क्षेत्रफल = 0 हो।
 या ② $m(AB) = m(BC) = m(CA)$

⇒ बिंदु (x_1, y_1) से रेखा $ax + by + c = 0$ पर डाले गये लम्ब के पाद $N(x_2, y_2)$ के निर्देशांक ⇒

$$\boxed{\frac{x_2 - x_1}{a} = \frac{y_2 - y_1}{b} = -\frac{ax_1 + by_1 + c}{a^2 + b^2}}$$

प्रतिबिम्ब P' के निर्देशांक ⇒

$$\frac{x_2 - x_1}{a} = \frac{y_2 - y_1}{b} = -\frac{2(ax_1 + by_1 + c)}{a^2 + b^2}$$



3) रेखाओं $|ax| + |by| + c = 0$ से बनने वाले चतुर्भुज का क्षेत्र = $\frac{2c^2}{ab}$

यदि वर्ग हो अर्थात् $a=b$ हो Then $\boxed{\text{क्षेत्र} = \frac{2c^2}{a^2}}$

3) यदि $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ द्वारा व्यक्त रेखाएँ $y = m_1x$ & $y = m_2x$ हों तब \Rightarrow

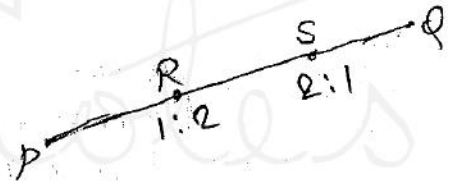
$$\left[m_1 + m_2 = -\frac{2h}{b} \right] \quad \& \quad \left[m_1 m_2 = \frac{a}{b} \right]$$

> उनके मध्य कोण θ हो तो $\boxed{\tan \theta = \left| \frac{2\sqrt{h^2 - ab}}{a+b} \right|}$

> PR के समान्निभाजक के point \Rightarrow

$$R \left(\frac{x_2 + 2x_1}{1+2}, \frac{y_2 + 2y_1}{1+2} \right)$$

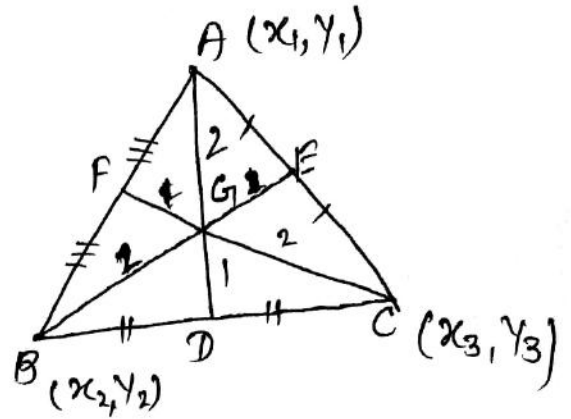
$$S \left(\frac{2x_2 + x_1}{2+1}, \frac{2y_2 + y_1}{2+1} \right)$$



* त्रिभुजों में केन्द्रों के प्रकार :-

① केन्द्रक (G) -

किसी Δ की माध्यिकाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु केन्द्रक (G) कहलाता है।



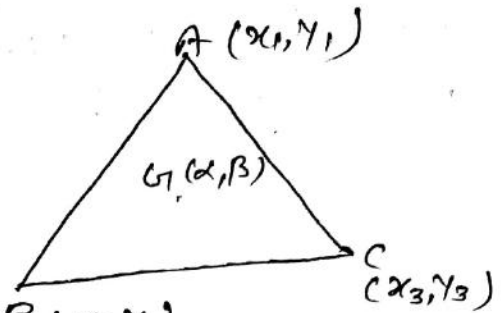
माध्यिका - शीर्ष से गुजरने वाली वह रेखा जो इसके सामने वाली भुजा को समद्विभाजित करती है।

$$G \left(\frac{2 \cdot \frac{x_2 + x_3}{2} + 1 \cdot x_1}{2 + 1}, \frac{2 \cdot \frac{y_2 + y_3}{2} + 1 \cdot y_1}{2 + 1} \right)$$

$$G \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

- किसी Δ के दो शीर्ष (x_1, y_1) व (x_2, y_2) तथा केन्द्र $G(x, y)$ हो तो तीसरा शीर्ष ज्ञात करना -

$$G = \frac{A+B+C}{3} \Rightarrow C = 3G - A - B$$



$$C(x_3 = 3x - x_1 - x_2, y_3 = 3y - y_1 - y_2) \quad B(x_2, y_2)$$

$$G \left(x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

IInd 2018

Pue. एक त्रिभुज का केन्द्र $(2, 7)$ है व इसके दो शीर्ष $(4, 8)$ व $(-2, 6)$ हैं तो त्रिभुज का तीसरा शीर्ष होगा -

Solⁿ $G \left(\begin{array}{l} 3 \times 2 - 4 - (-2) = x_3 \\ 3 \times 7 - 8 - 6 = y_3 \end{array} \right)$

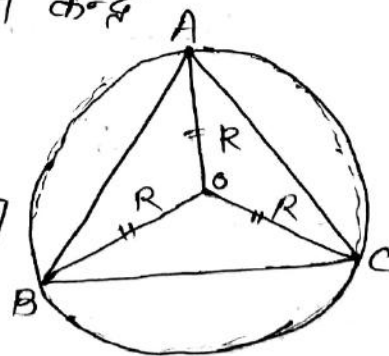
$$G \left(\begin{array}{l} x_3 = 6 - 4 + 2 = 4 \\ y_3 = 21 - 14 = 7 \end{array} \right)$$

$G(4, 7)$ Ans

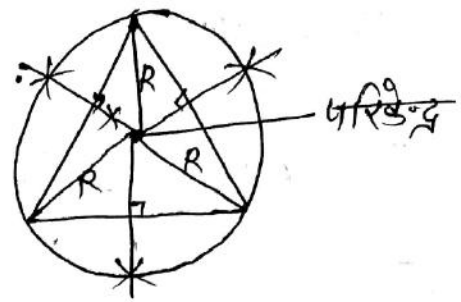
(2) परिकेन्द्र [Circumcentre] :-

किसी Δ के परिगत वृत्त का केन्द्र परिकेन्द्र O/C कहलाता है।
व्य. केंद्र

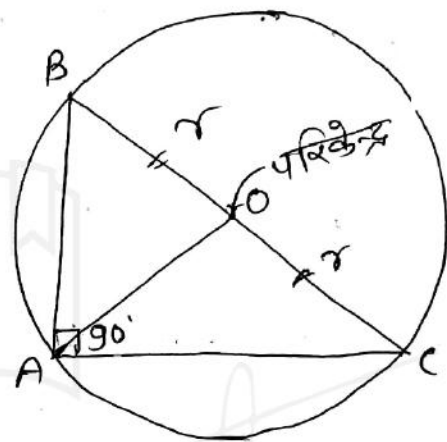
$$OA = OB = OC = \text{परित्रिज्या}$$



किसी Δ की भुजाओं के लम्ब समद्विभाजकों का प्रतिच्छेद बिन्दु को परिकेन्द्र कहलाता है।



* समकोण Δ में परिकेन्द्र सर्वैव कर्ण का मध्य बिन्दु होता है।



Exa- ΔABC में $A(1, 2)$, $B(0, -3)$, $C(-2, 1)$ तो इसका परिकेन्द्र = ?

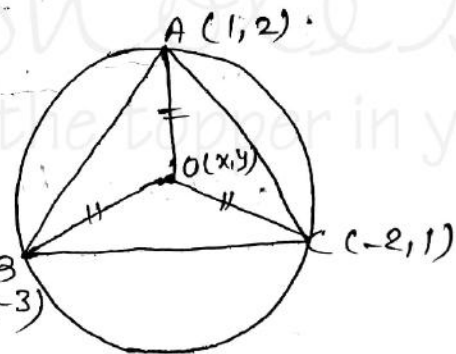
Solⁿ

परिकेन्द्र $O(x, y)$

$$OA = OB = OC$$

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{x^2 + (y+3)^2} \quad (0, -3)$$

$$= \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2}$$



$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = x^2 + y^2 + 6y + 9 = x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5$$

① & ② से -

$$2x + 10y + 4 = 0 \Rightarrow x + 5y + 2 = 0 \quad \text{--- ①}$$

II & III से - $4x - 8y - 4 = 0$

$$\Rightarrow x - 2y - 1 = 0 \quad \text{--- ②}$$

Eqn ① - ②

$$\begin{array}{r} x + 5y + 2 = 0 \\ -x - 2y + 1 = 0 \\ \hline 7y + 3 = 0 \end{array}$$

$$\boxed{y = -\frac{3}{7}}$$

Eqn ② $\Rightarrow x + 2 \times \frac{-3}{7} + 1 = 0$

$$x + \frac{-6}{7} + 1 = 0 \Rightarrow x - \frac{1}{7} = 0$$

$$x = \frac{1}{7} \quad \boxed{x = \frac{1}{7}}$$

then $\boxed{(x, y) = (\frac{1}{7}, -\frac{3}{7})}$

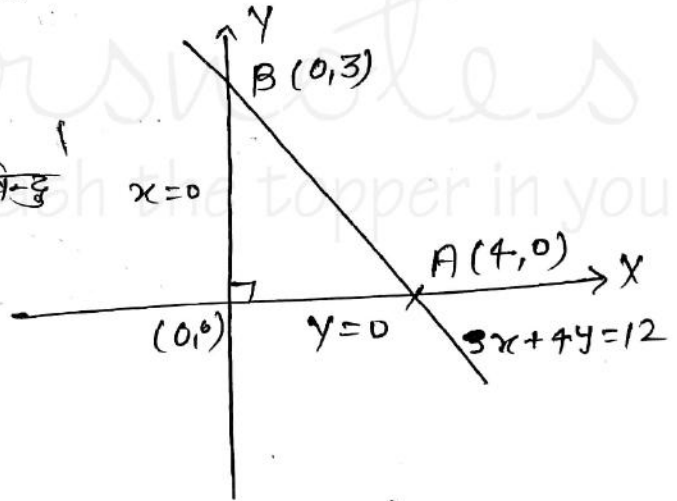
Que. $xy = 0$ तथा $3x + 4y = 12$ से निर्मित Δ का परिकेंद्र = ?

ΔAOB समकोण Δ है

परिकेंद्र = कर्ण का मध्य बिन्दु

$$= \left(\frac{4+0}{2}, \frac{0+3}{2} \right)$$

परिकेंद्र = $(2, \frac{3}{2})$ निम्न



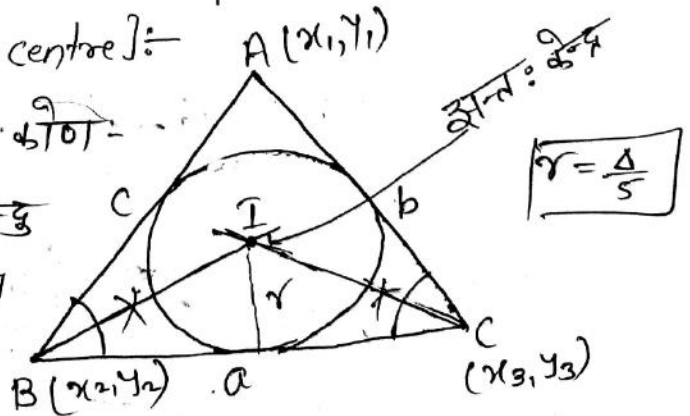
[3] इन्तः केन्द्र (I) [In centre] :-

किसी Δ के इन्तः कोणी के कोण-...

समद्विभाजकों का प्रतिच्छेद बिन्दु

इसलिए इन्तः केन्द्र इन्तः केन्द्र (I) कहलाता

है।



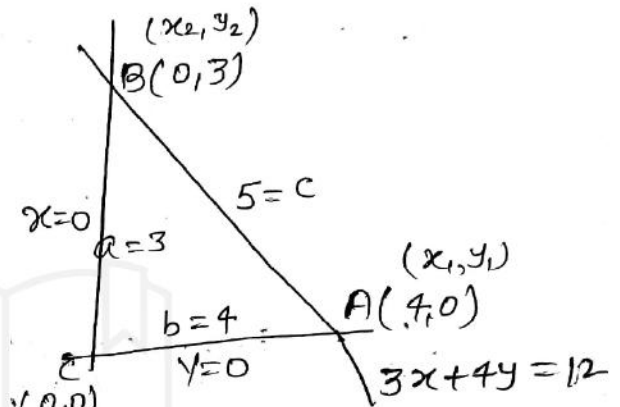
$$a = BC, \quad b = CA, \quad c = AB$$

$$I = \frac{aA + bB + cC}{a + b + c}$$

$$I \left(x = \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a + b + c}, \quad y = \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a + b + c} \right)$$

Ex- $xy = 0$ तथा $3x + 4y = 12$
 इससे निर्मित Δ का
 अन्तःकेंद्र होगा ?

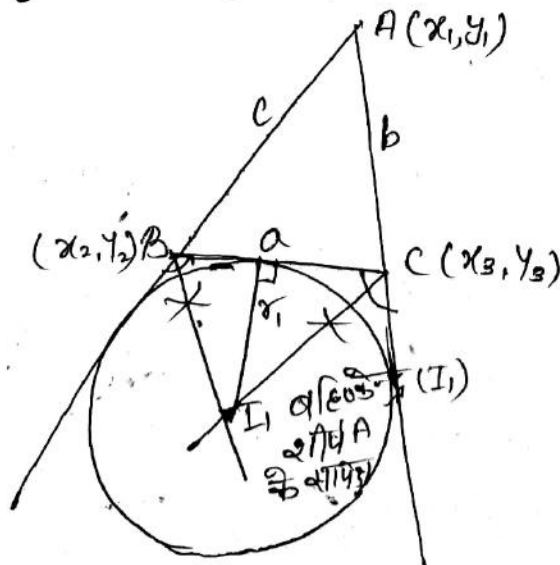
Solⁿ



$$I \left(\frac{3 \cdot 4 + 4 \cdot 0 + 5 \cdot 0}{3 + 4 + 5}, \quad \frac{3 \cdot 0 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0}{3 + 4 + 5} \right)$$

$$I \left(\frac{12}{12}, \quad \frac{12}{12} \right) \Rightarrow I(1, 1) \text{ Ans}$$

[4] अन्तःकेंद्र [X-centre] $(I_1 / I_2 / I_3)$ —



(I) में $a \rightarrow -a$ रखने पर I_1 मिलेगा

I में $b \rightarrow -b$ रखने पर I_2 मिलेगा

I में $c \rightarrow -c$ रखने पर I_3 मिलेगा

$$I_1 \left(\frac{-ax_1 + bx_2 + cx_3}{-a+b+c}, \frac{-ay_1 + by_2 + cy_3}{-a+b+c} \right)$$

$$I_2 \left(\frac{ax_1 - bx_2 + cx_3}{a-b+c}, \frac{ay_1 - by_2 + cy_3}{a-b+c} \right)$$

$$I_3 \left(\frac{ax_1 + bx_2 - cx_3}{a+b-c}, \frac{ay_1 + by_2 - cy_3}{a+b-c} \right)$$

Exa- $\triangle ABC$ में $A(4,0)$, $B(0,3)$, $C(4,3)$ ती वंछितकेंद्र = ?

Solⁿ

$$I_1 \left(\frac{-4 \times 4 + 3 \times 0 + 5 \times 4}{-4 + 3 + 5}, \frac{-4 \times 0 + 3 \times 3 + 5 \times 3}{-4 + 3 + 5} \right)$$

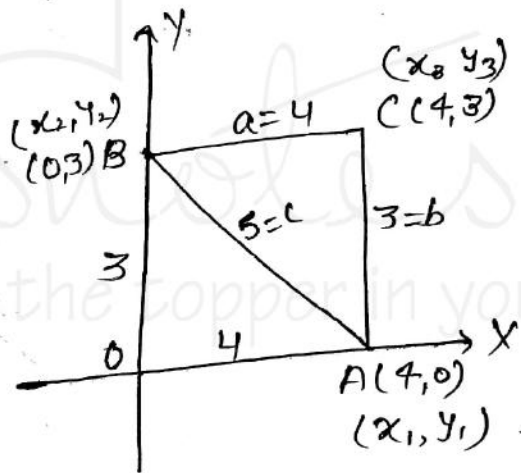
$$I_1 \left(\frac{-16 + 20}{4}, \frac{9 + 15}{4} \right)$$

$$I_1 (1, 6)$$

$$I_2 \left(\frac{4 \times 4 - 3 \times 0 + 5 \times 4}{4 - 3 + 5}, \frac{4 \times 0 - 3 \times 3 + 5 \times 3}{4 - 3 + 5} \right)$$

$$I_2 \left(\frac{16 + 20}{6}, \frac{-9 + 15}{6} \right)$$

$$I_2 (6, 1)$$



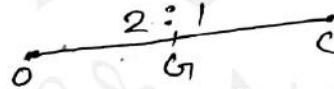
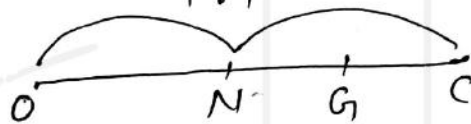
$$I_3 \left(\frac{4 \cdot 4 + 3 \cdot 0 - 5 \cdot 4}{4+3-5}, \frac{4 \cdot 0 + 3 \cdot 3 - 5 \cdot 3}{4+3-5} \right)$$

$$I_3 \left(\frac{16-20}{2}, \frac{9-15}{2} \right)$$

$$I_3 \left(\frac{-4}{2}, \frac{-6}{2} \right)$$

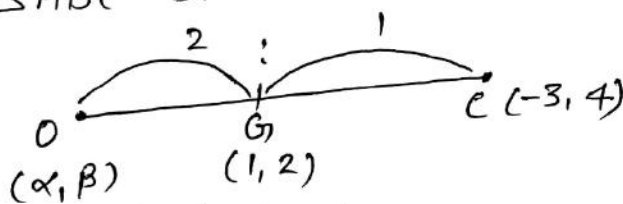
$$\Rightarrow \boxed{I_3(-2, -3)}$$

\times समबाहु Δ में O, N, G, C, I सादेक सम्पाती होते हैं।
 \times O, N, G, C सादेक संरखीय होते हैं।



\hookrightarrow केन्द्र G, OC को 2:1 में
 अन्तः विभाजित करता है।

EX- ΔABC का केन्द्र $(1, 2)$, परिकेन्द्र $(-3, 4)$, सम्बन्धित $= P$



$$1 = \frac{2(-3) + 1 \cdot \alpha}{2+1}$$

$$\Rightarrow 3 = \alpha - 6 \Rightarrow \boxed{\alpha = 9}$$

$$2 = \frac{2 \times 4 + 1 \times \beta}{2+1} \Rightarrow 6 = \beta + 4 \Rightarrow \boxed{\beta = -2}$$

सम्बन्धित $(9, -2)$