Toppersnotes

Unleash the topper in you

ग्राम विकास अधिकारी

(VDO)

मुख्य परीक्षा

राजस्थान कर्मचारी चयन बोर्ड, जयपुर

भाग - 5

गणित

SIERRA INNOVATIONS

VDO - MAINS

गणित

क्र.सं.	अध्याय	पृष्ट सं.
1.	सरलीकरण (Simplification)	1
2.	संख्या पद्धति (Number System)	14
3.	अनुपात एवं समानुपात (Ratio & Proportion)	30
4.	औसत (Average)	48
5.	लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक (LCM & HCF)	59
6.	प्रतिशतता (Percentage)	67
7.	लाभ – हानि (Profit & Loss)	80
8.	बट्टा (Discount)	97
9.	साधारण ब्याज (Simple Interest)	107
10.	चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest)	119
11.	समय और कार्य (Time & Work)	132
12.	चाल, समय और दूरी (Speed, Time & Distance)	142
13.	मिश्रण एवं एलीगेशन (Mixture & Alligation)	154
14.	निर्देशांक ज्यामिति (Co-ordinate System)	163
15.	क्षेत्रमिति (Mensuration)	176
16.	कमचय और संचय (Permutation And Combinations)	214
17.	प्रायिकता (Probability)	219

18.	ज्यामिति (Geometry)	225
19.	त्रिकोणमिति (Trignometry)	249
20.	माध्य विचलन (Mean Deviation)	260
21.	बीजगणित (Algebra)	265
22.	सांख्यिकी (केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप) (Statistics)	278

क्षेत्रमिति (Mensuration)

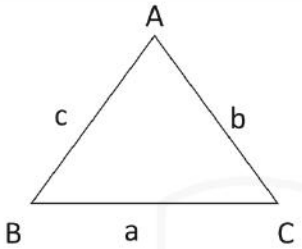
क्षेत्रमिति

(1) क्षेत्रफल

(2) आयतन

- इसके अंदर क्षेत्रफल व आयतन ज्ञात करने के नियम आते हैं।

त्रिभुज

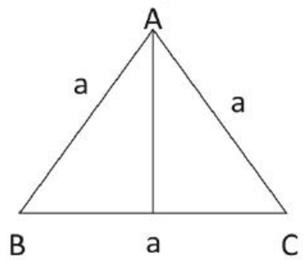


- ABC एक त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ a, b व c हैं।
- त्रिभुज का परिमाप $= a + b + c$
- त्रिभुज का क्षेत्रफल = ½ × आधार × ऊँचाई
- जब तीनों भुजाएँ a, b, c दे रखी हो तब क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

  (जहाँ s (अर्द्धपरिमाप) $= \dfrac{a+b+c}{2}$)
- जब त्रिभुज की दो भुजाएँ व उनके बीच का कोण (θ) दिया हुआ हो तो

  क्षेत्रफल $= \dfrac{1}{2} \times$ भुजाओं का गुणनफल $\times \sin\theta$

(1) समबाहु त्रिभुज – ऐसा त्रिभुज जिसकी सभी भुजाएँ समान हो।

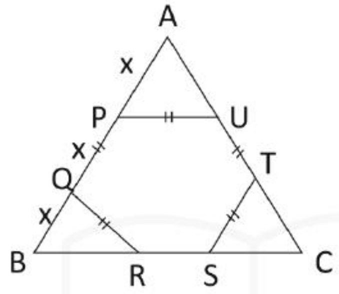


- परिमाप $= 3a$
- माध्यिका या शीर्षलम्ब $= \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$
- समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$
- समबाहु त्रिभुज के अंतः वृत्त की त्रिज्या $= \dfrac{a}{2\sqrt{3}}$

- समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या = $\frac{a}{\sqrt{3}}$
- समबाहु त्रिभुज की भुजा ज्ञात करना जब इसके अंदर स्थित किसी बिंदु से तीनो भुजाओं पर लम्ब क्रमशः P_1, P_2 व P_3 डाले जाते है ।

$$\text{भुजा (a)} = \frac{2}{\sqrt{3}}\left[P_1 + P_2 + P_3\right]$$

- किसी समबाहु त्रिभुज के अंतर्गत समषष्टभुज बनाया जाता हो तो



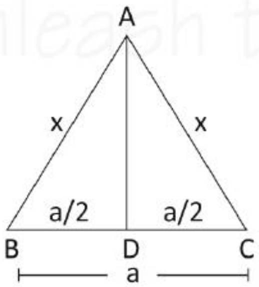
$3x$ = AB

$x = \frac{AB}{3}$

समषटभुज की भुजा = $\frac{a}{3}$ {a, समबाहु त्रिभुज की भुजा}

समषटभुज का क्षेत्रफल = $\frac{6\sqrt{3}}{4}$ $(\text{भुजा})^2$

(2) समद्विबाहु त्रिभुज –



समान भुजा = x

असमान भुजा = a

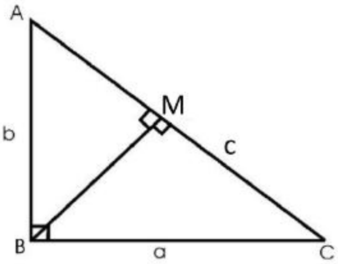
- जिस त्रिभुज में दो भुजाएँ समान होती हैं, उसे समद्विबाहु त्रिभुज कहते हैं ।
- असमान भुजा पर डाला गया लम्ब ही त्रिभुज की ऊँचाई होती है ।

अतः $AD = \sqrt{x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}a \times \sqrt{x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{1}{4}a \times \sqrt{4x^2 - a^2}$

समकोण समद्विबाहु त्रिभुज $A = \frac{1}{2}b^2 = \frac{1}{4}(\text{कर्ण})^2$

(3) समकोण त्रिभुज –



जिस त्रिभुज का एक कोण समकोण होता है। यहाँ B पर समकोण है।

पाइथागोरस प्रमेय से, $c^2 = a^2 + b^2$

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times a \times b$

कर्ण पर डाले गये लम्ब की लम्बाई (BM) = $\frac{\text{लम्ब} \times \text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{ba}{c}$

त्रिभुज से संबंधित अन्य प्रमुख तथ्य

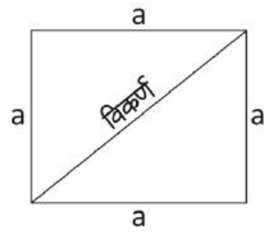
- यदि किसी त्रिभुज की अंतः त्रिज्या तथा परिमाप दिया हुआ हो तब
  Δ का क्षेत्रफल (Δ) = r.s {जहाँ, r = अर्द्धपरिमाण, r = अंतःत्रिज्या}
- यदि त्रिभुज की भुजाओ का गुणनफल व परिवृत्त की त्रिज्या (R) ज्ञात है तब त्रिभुज का क्षेत्रफल
  Area of $\Delta = \frac{abc}{4R}$ {a, b, c $\rightarrow$ त्रिभुज की भुजाएँ, P $\rightarrow$ परिवृत्त की त्रिज्या}
- समकोण त्रिभुज में पाइथागोरस प्रमेय को follow करने वाले
  Triplets:

3,	4,	5
6,	8,	10
5,	12,	13
7,	24,	25
20,	21,	29

चतुर्भुज

चार भुजाओं से घिरी बन्द आकृति चतुर्भुज कहलाती है। इसके सभी कोणो का योग 360° व विकर्णों की संख्या 2 होती है।

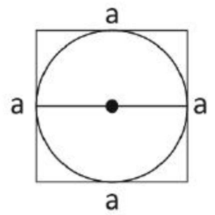
(1) वर्ग



- इसकी चारो भुजाएँ समान व प्रत्येक कोण 90° का होता है।
  परिमाप (P) = 4a
  क्षेत्रफल (A) = (भुजा^{2})= a^2
  विकर्ण (d) = $\sqrt{2}$ a

(a) A = $a^2 = \frac{(\text{विकर्ण})^2}{2}$ (b) परिमाप (P) = 4 $\sqrt{A}$ (c) A = $\frac{P^2}{16}$

- यदि किसी वर्ग के अंदर अधिकतम क्षेत्रफल का वृत्त बनाया जाता है

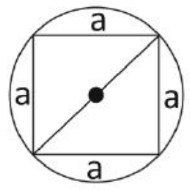


वृत्त का व्यास = वर्ग की भुजा

$2r = a$

त्रिज्या $(r) = a/2$

- यदि किसी वर्ग के बाहर वृत्त बनाया जाता है



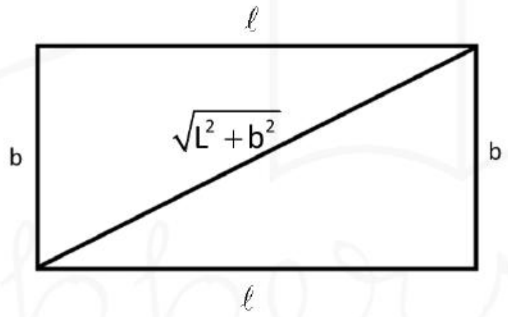
वृत्त का व्यास = वर्ग की विकर्ण

$2r = \sqrt{2}\,a$

$r = \frac{a}{\sqrt{2}}$

(2) आयत

इसकी आमने सामने की भुजाएँ समान व प्रत्येक कोण, समकोण (90°) का होता है ।



परिमाप = 2(लम्बाई + चौडाई)

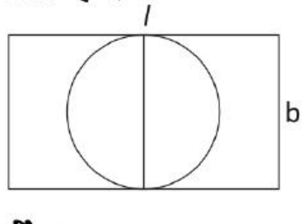
$= 2(\ell + b)$

क्षेत्रफल = लम्बाई × चौडाई

$= \ell \times b$

विकर्ण $= \sqrt{\ell^2 + b^2}$

- यदि किसी आयत के अंतर्गत अधिकतम क्षेत्रफल का एक वृत्त बनाया जाता है ।

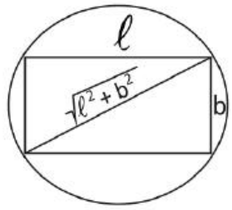


वृत्त का व्यास = आयत की चौडाई

$2r = b$

$r = b/2$

- यदि किसी आयत के परिगत अधिकतम क्षेत्रफल का वृत्त बनाया जाता है ।

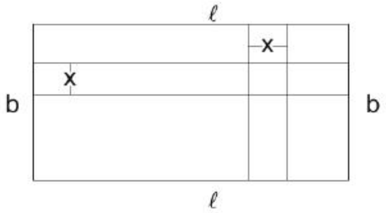


वृत्त का व्यास = आयत का विकर्ण

$2r = \sqrt{\ell^2 + b^2}$

$r = \frac{\sqrt{\ell^2 + b^2}}{2}$

- यदि किसी आयत के अंतर्गत भुजाओ के समानान्तर समान चौडाई का रास्ता बनाया जाता है ।



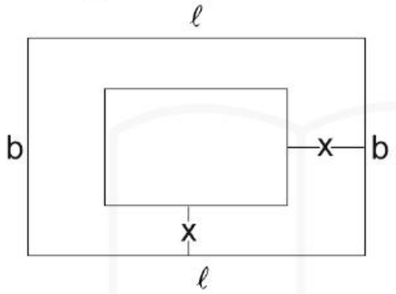
यदि लम्बाई के समानान्तर बनाया गया रास्ते का क्षेत्रफल = ℓx

चौडाई के समानान्तर बनाया गया रास्ते का क्षेत्रफल = bx

रास्ते का क्षेत्रफल $= lx + bx - x^2$

$= x(l + b - x)$

- यदि किसी आयत के अंतर्गत भुजाओं के चारो ओर समान चौडाई का रास्ता बनाया जाए



रास्ते का क्षेत्रफल = बडे आयत का क्षेत्रफल – छोटे आयत का क्षेत्रफल

$= \ell b - (\ell - 2x)(b - 2x)$

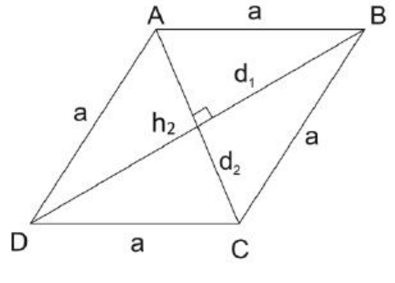
$= 2x(\ell + b - 2x)$

यदि रास्ता बाहर की ओर बनाया जाए तो रास्ते का क्षेत्रफल

$= 2x(\ell + b + 2x)$

(3) समचतुर्भुज

- ऐसा चतुर्भुज जिसकी चारो भुजाएँ समान होती हैं, परन्तु प्रत्येक कोण 90° नहीं होता है । इसके विकर्ण, समकोण पर समद्विभाजित करते हैं ।



परिमाप = 4a

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ विकर्णो का गुणनफल

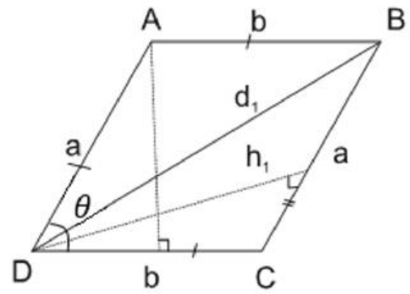
समचतुर्भुज की भुजाएँ (a) $= \sqrt{\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$

क्षेत्रफल – जब भुजाएँ दे रखी हो तथा कोण (Angles) भी दे रखा हो तो –

क्षेत्रफल = भुजा × भुजा × $\sin\theta$

(4) समानान्तर चतुर्भुज

$$\begin{bmatrix} AB || CD \text{ एवं } AB = CD \\ AD || BC \text{ एवं } AD = BC \end{bmatrix}$$



आमने-सामने की भुजाएँ समान्तर होती है

परिमाप $= 2 \times$ (आसन्न भुजाओं का योग)

$= 2(a + b)$

क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई

$= a \times h_1$

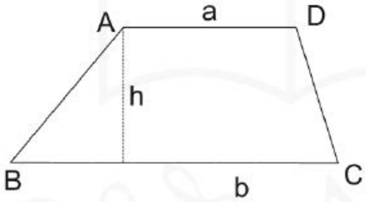
$= b \times h_2$

क्षेत्रफल $= ab \sin \theta$

विकर्ण $d_1 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}$

$$\boxed{\frac{d_1^2 + d_2^2}{2} = a^2 + b^2}$$

(5) समलम्ब चतुर्भुज

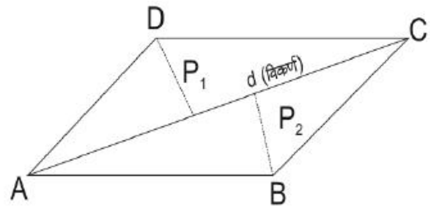


- इसमे विपरीत भुजाओ का एक जोडा समान्तर होता है ।

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ (समान्तर भुजाओ का योग) × बीच की दूरी

$= \frac{1}{2} \times h \times (a + b)$

<u>चतुर्भुज से संबंधित अन्य प्रमुख तथ्य</u>



- चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \Delta ADC$ का क्षेत्रफल $+ \Delta ABC$ का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times d \times P_1 + \frac{1}{2} \times d \times P_2$

$= \frac{1}{2} d(P_1 + P_2)$

- यदि किसी चतुर्भुज की चारो भुजाएँ व एक विकर्ण दिया हुआ हो तो

चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)s}$

जहाँ $s = \frac{a+b+c+d}{d}$ {a, b, c, d चतुर्भुज की भुजाएँ है}

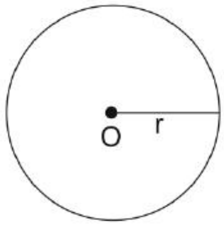
वृत्त

वृत्त की त्रिज्या $= r$

वृत्त का व्यास $= 2 \times$ त्रिज्या $= 2r$

परिधि $= 2\pi r$

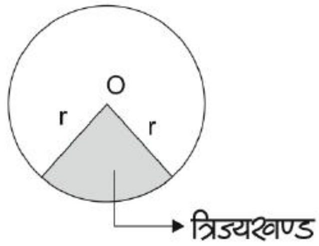
वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$



त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल $= \pi r^2 \dfrac{\theta}{360^\circ}$

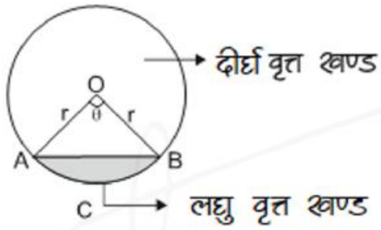
त्रिज्यखण्ड की परिधि $= 2r +$ चाप की लंबाई

चाप की लंबाई $= 2\pi r \dfrac{\theta}{360^\circ}$

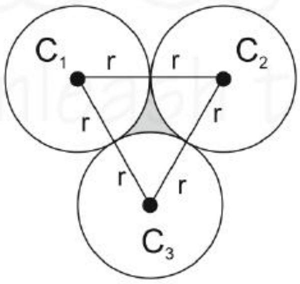


लघु वृत्त खण्ड का क्षेत्रफल = त्रिज्य खण्ड ΔACB का क्षेत्रफल – ΔOAB का क्षेत्रफल

$$= \boxed{\pi r^2 \frac{\theta}{360} - \frac{1}{2} r^2 \sin\theta}$$



- तीन समान वृत्तों से घिरे हुये भाग का क्षेत्रफल



$\Delta C_1C_2C_3$ एक समबाहु त्रिभुज होगा चूँकि सभी वृत्त समान है व त्रिज्या r भी समान होगी ।

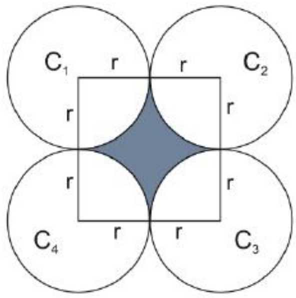
$\Delta C_1C_2C_3$ की भुजा $= 2r$

अतः घिरे हुये भाग का क्षेत्रफल $= \Delta C_1C_2C_3$ का क्षेत्रफल – तीन त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

$= \dfrac{\sqrt{3}}{4}(2r)^2 - 3 \times \dfrac{60}{360}\pi r^2 \qquad = \sqrt{3}r^2 - \dfrac{\pi r^2}{2}$

$= \left(\sqrt{3} - \dfrac{\pi}{2}\right) r^2 \quad \Rightarrow \quad 0.161\, r^2$

- चार समान वृत्तों से घिरे हुये भाग का क्षेत्रफल



$C_1C_2C_3C_4$ एक वर्ग होगा तथा इसकी प्रत्येक भुजा 2r होगी ।

अतः भुजा = 2r

घिरे हुए भाग का क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल – चार त्रिज्यखण्डों का क्षेत्रफल

$= (2r^2) - \pi r^2 \qquad = 4r^2 - \pi r^2$

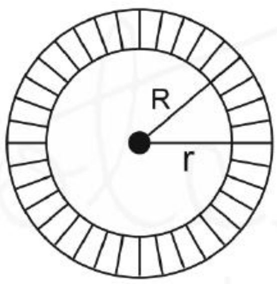
$= r^2 (4-\pi) \qquad = \frac{6}{7}r^2$

वलय (Ring)

दो संकेन्द्रीय वृत्तो के मध्य घिरे हुये भाग से जो आकृति बनती है उसे वलय (Ring) कहते है ।

वलय का क्षेत्रफल $= \pi R^2 - \pi r^2$

$= \pi(R^2 - r^2)$



वलय की परिधि = बाह्य परिधि + आंतरिक परिधि

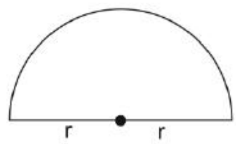
$= 2\pi R + 2\pi r$

$= 2\pi(R + r)$

अर्द्धवृत्त

अर्द्धवृत्त का परिमाप $= \pi r + 2r = r(\pi+2)$

क्षेत्रफल $= \pi r^2 /2$



- जब किसी अर्द्धवृत्त के अंदर दो अर्द्धवृत्त व एक वृत्त नीचे दिये गये चित्रानुसार बने हो तब –

$AB = r$

$AO = R - r$

$OC = R/2$

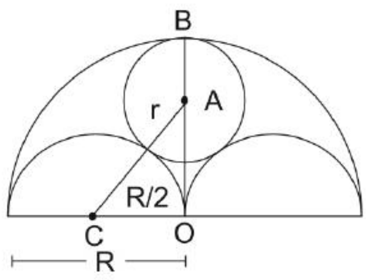
ΔAOC में

$AC^2 = OA^2 + OC^2$

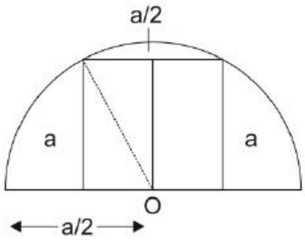
$\left(r + \frac{R}{2}\right)^2 = (R-r)^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2$

$R^2 = 3Rr$

$r = R/3$



- किसी अर्द्धवृत्त के अंदर अधिकतम क्षेत्रफल का वर्ग बनाया जाए तो



$$\boxed{r = \frac{\sqrt{5}a}{2}}$$

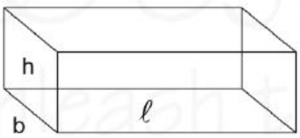
क्षेत्रफल तथा परिमिति से संबंधित कुछ महत्वपूर्ण तथ्य

(1) यदि किसी समबाहु त्रिभुज की परिमिति, वर्ग की परिमिति एवं वृत्त की परिधि समान हो तो वृत्त का क्षेत्रफल सबसे अधिक होगा ।
वृत्त का क्षेत्रफल > वर्ग का क्षेत्रफल > समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल

(2) जब इनके क्षेत्रफल समान हो तब
समबाहु त्रिभुज की परिमिती > वर्ग की परिमिति > वृत्त की परिधि

(3) यदि किसी त्रिभुज या चतुर्भुज की प्रत्येक भुजा, वृत्त की त्रिज्या / व्यास या परिधि को n गुणा कर दिया जाए तो क्षेत्रफल n^2 गुणा हो जाएगा
क्षेत्रफल में प्रतिशत परिवर्तन $= (n^2 - 1) \times 100$

घनाभ

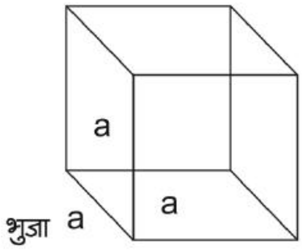


- यह आकृति आयताकार रूप में होती है ।
  ℓ = लंबाई, b = चौडाई, h = ऊँचाई
  संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(\ell b + bh + \ell h)$
  विकर्ण (d) $= \sqrt{\ell^2 + b^2 + h^2}$
  आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई
  $= \ell bh$
- इसमें 6 पृष्ठ होते हैं व विपरीत पृष्ठ समान होते हैं ।
- भुजाओं की संख्या = 12
- शीर्षो की संख्या = 8
- कमरे की चारो दीवारों का क्षेत्रफल = आधार की परिमिति × ऊँचाई
  $= \boxed{2(\ell + b) \times h}$
- यदि किसी डिब्बे या बक्से की क्षमता निकालनी हो तो
  क्षमता = आंतरिक आयतन
  $(\ell - 2x)(b - 2x)(h - 2x)$
  जहाँ x = दीवार की मोटाई

- यदि डिब्बा खुला हुआ हो तो
  क्षमता $= (\ell - 2x)(b - 2x)(h - 2x)$
  धातु का आयतन = बाह्य आयतन – आंतरिक आयतन

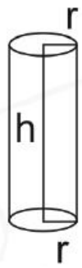
घन

- यह वर्गाकार रूप में होता है, प्रत्येक सतह एक वर्ग होती है ।
- कुल पृष्ठ/सतह $\rightarrow 6$
- भुजाएँ $\rightarrow 12$
- शीर्ष $\rightarrow 8$
- घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6a^2$
- विकर्ण $= \sqrt{3}a$
- आयतन = $(\text{भुजा})^3 = a^3$



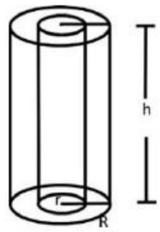
बेलन

- बेलन की त्रिज्या r व ऊँचाई h हो तो
- बेलन के वक्र/पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh$
- संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh + 2\pi r^2$
  $= 2\pi r (h + r)$
- बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$



खोखला बेलन

- यह एक पाइप की तरह होता है ।
  जिसकी ऊँचाई h व अंतः व बाह्य त्रिज्याएँ क्रमशः r व R हो तो –

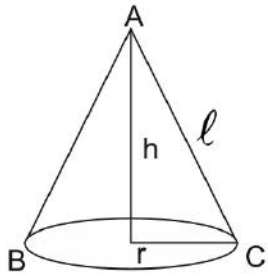


- खोखले बेलन का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल = बाह्य पार्श्व पृष्ठ + आंतरिक पार्श्व पृष्ठ
  $= 2\pi Rh + 2\pi rH$
  $= 2\pi h (R+r)$
- खोखले बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल + वृत्ताकार भाग का क्षेत्रफल
  $= 2\pi h (R+r) + 2\pi (R^2 - r^2)$
- खोखले बेलन का आयतन = खोखले बेलन को बनाने में लगे पदार्थ का आयतन
  $= \pi R^2 h - \pi r^2 h$
  $= \pi (R^2 - r^2) h$

शंकु

यहाँ

- h = शंकु की ऊँचाई
- ℓ = तिर्यक ऊँचाई
- r = त्रिज्या



$\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$

वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi r \ell$

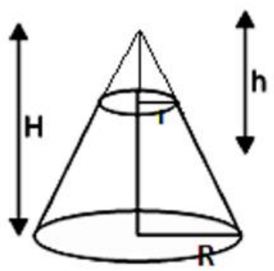
संपूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल $= \pi r \ell + \pi r^2$

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

छिन्नक (Frustum)

- Bucket, Glass, Pisten आदि की आकृति छिन्नक के समान होती है ।
- तिर्यक ऊँचाई $\ell = \sqrt{(R-r)^2 + h^2}$
- वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi(R+r)\ell$
- संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल + दोनो सिरो के वृत्तों का क्षेत्रफल

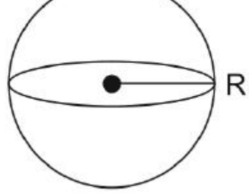
  $= \pi(R+r)\ell + \pi R^2 + \pi r^2$
- आयतन $= \frac{1}{3}\pi(R^2 + r^2 + Rr)h$
- मूल शंकु की ऊँचाई $= \frac{Rh}{R-r}$
- छिन्नक, शंकु को शीर्ष से किसी ऊँचाई के अनुसार काट कर बनाया जाता है ।



- किसी शंकु को शीर्ष से ऊँचाई के अनुसार काटा जाता हो तो

$$\frac{\text{बड़े शंकु का आयतन}}{\text{छोटे शंकु का आयतन}} = \left(\frac{R}{r}\right)^3 = \left(\frac{H}{h}\right)^3$$

गोला

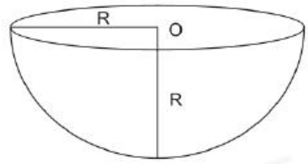


वृक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल $= 4\pi R^2$

आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

खोखले गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi(R-x)^3$ {x - मोटाई}

अर्द्धगोला

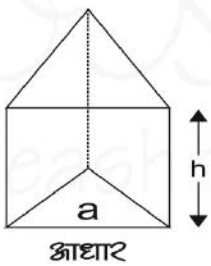


वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi R^2$

संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 3\pi R^2$

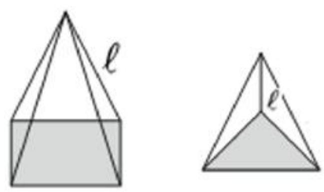
आयतन $= \frac{2}{3}\pi R^3$

प्रिज्म



- प्रिज्म के आधार के अनुसार यह भिन्न-भिन्न प्रकार का हो सकता है।
- आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई
- पार्श्व सतह का क्षेत्रफल = आधार की परिमिति × ऊँचाई
- प्रिज्म का कुल क्षेत्रफल = पार्श्व तल का क्षेत्रफल + 2 (आधार का क्षेत्रफल)
- प्रिज्म का आधार जो भी होगा उसी के अनुरूप उसकी परिमिति व क्षेत्रफल ज्ञात कर लेंगे।

पिरामिड



आयतन $= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

पार्श्व तल का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार का परिमिति × तिर्यक ऊँचाई

संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = पार्श्व तल का क्षेत्रफल + आधार का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times$ (आधार की परिमिति) × तिर्यक ऊँचाई + (आधार का क्षेत्रफल)

(i) जब आधार वर्गाकार हो तब

तिर्यक ऊँचाई $= \ell = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2}$ {a वर्ग की भुजा}

(ii) जब आधार समषष्ट भुजा कार हो तब

तिर्यक ऊँचाई $\ell = \sqrt{a^2 + h^2}$ {a, समषटभुज की भुजा है}

हल सहित उदाहरण

त्रिभुजों के परिमाप एवं क्षेत्रफल पर आधारित

विषम बाहु त्रिभुज

उदा.1 8 सेमी, 6 सेमी और 4 सेमी भुजाओं वाले एक बिषमबाहु त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल a = 8 cm b = 6 cm c = 4 cm

Also,

$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$

$s = 9\ cm$

त्रिभुज के क्षेत्रफल का हीरो सूत्र,

क्षेत्रफल $= \sqrt{[s \times (s-a) \times (s-b) \times (s-c)]}$

क्षेत्रफल $= \sqrt{[9 \times (9-8) \times (9-6) \times (9-4)]}$

$= \sqrt{135}$ $= 11.6\ cm^2$

अतः, बिषम बाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $11.6\ cm^2$ होगा

उदा.2 रॉबर्ट को त्रिभुज की दो भुजाएँ और उनके बीच का संगत कोण क्रमशः 14 इकाई, 28 इकाई और 30 डिग्री दिया गया था। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए.

हल त्रिभुज की प्रथम भुजा, a = 14

त्रिभुज की दूसरी भुजा, b = 28

भुजाओ के मध्य का कोण, c = 30 degree

त्रिभुज का क्षेत्रफल : क्षेत्रफल (A) = (1/2) ab × sin C

$A = (1/2) \times 28 \times 14 \times \sin 30^0$

$\Rightarrow A = (1/2) \times 28 \times 14 \times (1/2)$

$\Rightarrow A = 7 \times 14$

$\Rightarrow A = 98$

तो, त्रिभुज का क्षेत्रफल 98 वर्ग यूनिट होगा

समबाहु त्रिभुज

उदा.1 किसी समबाहु त्रिभुज की भुजा 6cm है । क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

(a) $9\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (b) $6\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (c) $4\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (d) $8\sqrt{3}$ वर्ग सेमी

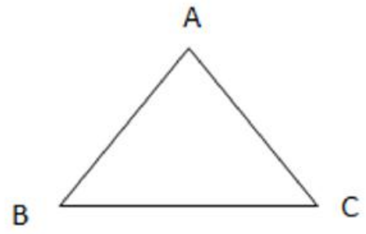
हल क्षेत्रफल $\Delta = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 = 9\sqrt{3}$ वर्ग सेमी

उदा.2 एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $400\sqrt{3}$ वर्ग मीटर है, उसका (त्रिभुज) परिमाप है ?

(a) 120 m (b) 150 m (c) 90 m (d) 135 m

हल $\therefore$ समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= 400\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{4} (side)^2 = 400\sqrt{3}$



$(\text{भुजा})^2 = \dfrac{400\sqrt{3} \times 4}{\sqrt{3}} = 1600$

भुजा $= 40\ m$

परिमाप $= 3 \times side = 3 \times 40 = 120\ m$

उदा.3 यदि किसी समबाहु त्रिभुज की भुजा को 2 इकाई से बढा दिया जाये, तब क्षेत्रफल $3+\sqrt{3}$ इकाई^2 बढ जाता है। त्रिभुज की प्रत्येक भुजा ज्ञात करें ?

(a) $\sqrt{3}$ इकाई (b) 3 इकाई (c) $3\sqrt{3}$ इकाई (d) $3\sqrt{2}$ इकाई

हल माना त्रिभुज की भुजा a इकाई है

$\frac{\sqrt{3}}{4}\{(a+2)^2 - a^2)\} = 3 + \sqrt{3}$

$\frac{1}{4}(a^2 + 4 + 4a - a^2) = 1 + \sqrt{3}$

$\frac{1}{4}(4 + 4a) = 1 + \sqrt{3}$

$1 + a = 1 + \sqrt{3}$

$a = \sqrt{3}$ इकाई

<u>समद्विबाहु त्रिभुज</u>

उदा.1 किसी समद्विबाहु त्रिभुज की दो भुजाएँ 15 सेमी. तथा 22 सेमी. है। परिमाप के सम्भव मान ज्ञात करें ?

(a) 52 or 59 (b) 52 or 60

(c) 15 or 37 (d) 37 or 29

हल तीसरी भुजा 15 अथवा 22 में कोई एक है।

संभावित परिमाप

$15 \times 2 + 22 = 52$

तथा $22 \times 2 + 15\ 59$

उदा.2 किसी समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 4 वर्ग इकाई है। यदि असमान भुजा की लम्बाई 2 इकाई हो, तब बराबर भुजाओं की लम्बाई ज्ञात करें ?

(a) 4 इकाई (b) $2\sqrt{3}$ इकाई (c) $\sqrt{17}$ इकाई (d) $3\sqrt{2}$ इकाई

हलः माना त्रिभुज की प्रत्येक समान भुजा a इकाई है।

$= \frac{2}{4}\sqrt{4a^2 - 4} = 4$

$\sqrt{4a^2 - 4} = 8$

$4a^2 - 4 = 64$

$a^2 - 1 = 16$

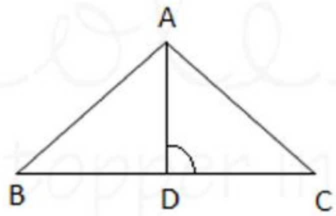
$a^2 = 17$

$a = \sqrt{17}$ इकाई

उदा.3 किसी समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 544cm तथा प्रत्येक बराबर भुजा आधार का 5/6 है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

(a) 38172 (b) 18372 (c) 31872 (d) 13872

हल $AB = AC = \frac{5}{6} BC$



$AB + BC + AC = 544$

$\frac{5}{6}BC + BC + \frac{5}{6} BC = 544$

$\frac{5BC + 6BC + 5BC}{6} = 544$

$\frac{16\,BC}{6} = 544$

$BC = \frac{544 \times 6}{16} = 204$

$\Rightarrow AB = AC = \frac{5}{6} \times 204 = 170$ सेमी

Δ ABC का क्षेत्रफल $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

$\therefore$ जहाँ a = समान भुजाएँ

B = आधार

$= \frac{204}{4}\sqrt{4(170)^2 - (204)^2}$

$= 51\sqrt{11560 - 41616}$