



SSC - MTS

HAVALDAR

मल्टी टारिकिंग स्टाफ

STAFF SELECTION COMMISSION

भाग – 3

गणित



SSC – MTS

हवलदार

CONTENT

| गणित | | |
|-------------|--|-----|
| 1. | प्रतिशत्ता | 1 |
| 2. | लाभ – हानि | 10 |
| 3. | औसत | 21 |
| 4. | संख्या पद्धति | 29 |
| 5. | सरलीकरण | 42 |
| 6. | लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक | 51 |
| 7. | अनुपात एवं समानुपात | 59 |
| 8. | समय और कार्य | 70 |
| 9. | पाईप और टंकी | 78 |
| 10. | चाल, समय और दूरी | 89 |
| 11. | नाव और धारा | 98 |
| 12. | साधारण ब्याज | 105 |
| 13. | चक्रवृद्धि ब्याज | 114 |
| 14. | बीजगणित | 124 |
| 15. | क्षेत्रमिति | 138 |
| 16. | ज्यामिति | 158 |
| 17. | त्रिकोणमिती | 182 |
| 18. | सांख्यिकी (केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप) | 193 |
| 19. | डाटा इंटरप्रिटेशन | 203 |

शमय और कार्य (Time & Work)

- क्षमता - किसी व्यक्ति द्वारा इकाई शमय में किया गया कार्य क्षमता कहलाता है।
- यदि कोई व्यक्ति किसी कार्य को x दिनों में पूरा करता है तो एक दिन में वह कार्य का $\frac{1}{x}$ भाग कर सकेगा।

$$\text{क्षमता} = \frac{1}{x} \text{ भाग/दिन}$$

- यदि किसी व्यक्ति की क्षमता अधिक है तो वह कम दिनों में तथा यदि क्षमता कम है तो अधिक दिनों में कार्य पूर्ण करेगा।
- यदि मिलकर कार्य करने में लगा शमय दिया हुआ हो तो किसी एक व्यक्ति को कार्य पूरा करने में लगा शमय =
$$\frac{\text{दिनों का गुणनफल}}{\text{दिनों का अंतर}}$$
- यदि कार्य शमाप्ति से पहले कोई व्यक्ति कार्य छोड़कर चला जाता है तो कार्य पूर्ण होने में लगा शमय
$$\frac{(x+m)y}{x+y}$$

जहाँ x = शमाप्ति से पहले कार्य छोड़ता हो वह व्यक्ति का शमय

m = जितना दिन पहले कार्य छोड़ता है।

y = जो शुरू से अंत तक कार्य करता है वह व्यक्ति का शमय

- दक्षता - कार्य करने की दर की तुलना किया जाए तो वह दक्षता कहलाती है। दक्षता दिनों की संख्या व्युक्तमानुपाती होती है।

$$\text{दक्षता (E)} = \frac{1}{\alpha \text{ दिनों की संख्या}}$$

- यदि किसी कार्य को संपन्न करने में लगे व्यक्ति की संख्या $x : y$ में बदल जाये तो कार्य को पूरा करने में लगा शमय $y : x$ के अनुपात में बदल जाएगा।
- A किसी कार्य को x दिनों में पूरा करता है तथा B उसी कार्य को y दिनों में पूरा कर सकता है तो दोनों मिलकर पूर्ण करेंगे।

$$\text{शमय} = \frac{xy}{x+y}$$

- यदि A, B व C तीन व्यक्ति x, y व z दिनों में पूर्ण करते हैं तो,

$$\text{शमय} = \frac{xyz}{xy + yz + xz}$$

हल शहित उदाहरण

जब दो या तीन व्यक्ति मिलकर कार्य करें

उदा.1 A एक काम को 6 दिनों में तथा B उसी काम को 9 दिनों में कर सकता है। दोनों मिलकर उस काम को कितने दिनों में पूरा करेंगे?

- (a) 7.5 दिन (b) 5.4 दिन (c) 3.6 दिन (d) 3 दिन

उत्तर (c)

हल A का एक दिन का कार्य = 3 यूनिट

B का एक दिन का कार्य = 2 यूनिट

A + B दोनों पूरे काम को खत्म करते हैं।

$$\frac{T.W}{\text{eff of } A+B} = \frac{18}{(3+2)} = 3.6 \text{ दिन}$$

कार्य क्षमता दिन

$$3 \leftarrow A \rightarrow 6$$

$$2 \leftarrow B \rightarrow 9$$

कुल कार्य (LCM) = 18

$$(A+B) \text{ पूरा करेंगे} = \frac{18}{5} = 3.6 \text{ दिन}$$

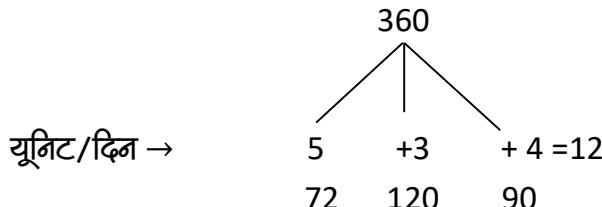
उदा.2 A और B एक काम को 72 दिनों में कर सकते हैं। B और C इस काम को 120 दिनों में कर सकते हैं तथा C और A उसी काम को 90 दिनों में कर सकते हैं, तो तीनों मिलकर इस काम को कितने दिनों में करेंगे?

- (a) 80 दिन (b) 100 दिन (c) 60 दिन (d) 150 दिन

उत्तर (c)

हल

शमय कार्य



कार्य करने वाला → (A+B) (B+C) (C+A)

कार्य करने वाला (A + B + C) प्रतिदिन = 6 यूनिट/दिन

$$\text{लिया गया कुल शमय } (A + B + C) = \frac{360}{6} = 60 \text{ दिन}$$

| क्षमता | समय |
|----------------------------------|--------------|
| 5 $\leftarrow A + B \rightarrow$ | 72 |
| 3 $\leftarrow B + C \rightarrow$ | 120 |
| 4 $\leftarrow C + A \rightarrow$ | 90 |
| कुल कार्य (L.C.M.) | = 360 |

$$12 \leftarrow 2(A + B + C)$$

$$6 \leftarrow A + B + C$$

$$(A + B + C) \text{ द्वारा कुल कार्य करने में लगा समय} = \frac{360}{60} = 60 \text{ दिन}$$

उदा.3 A किसी कार्य का $\frac{1}{2}$ भाग 5 दिनों में कर सकता है, B उसी कार्य का $\frac{3}{5}$ भाग 9 दिनों में कर सकता है, C उसी काम का $\frac{2}{3}$ भाग 8 दिनों में कर सकता है, तीनों मिलकर उस काम को कितने दिनों पूरा करेंगे ?

(a) 3 दिन

(b) 5 दिन

(c) $4\frac{1}{2}$ दिन

(d) 4 दिन

उत्तर (d)

हल A $\frac{1}{2}$ कार्य को 5 दिनों में करता है,

$$A 1 \text{ इकाई कार्य खत्म करता है तो } \frac{5 \times 2}{1} = 10 \text{ दिन}$$

$$\text{इस प्रकार } B 1 \text{ इकाई कार्य खत्म करता है तो } \frac{9 \times 5}{3} = 15 \text{ दिन}$$

$$C 1 \text{ इकाई कार्य खत्म करता है तो } = 8 \times \frac{3}{2} = 12 \text{ दिन}$$

| क्षमता | समय |
|---|-----|
| 6 $\leftarrow A \rightarrow$ | 10 |
| 4 $\leftarrow B \rightarrow$ | 15 |
| 5 $\leftarrow C \rightarrow$ | 12 |
| $15 \leftarrow (A + B + C)$ | |

$$\text{कुल कार्य (LCM)} = 60$$

$$\text{तीनों मिलकर कार्य पूर्ण करेंगे } \frac{60}{15} = 4 \text{ दिन}$$

शर्त पर आधारित

उदा.1 A अंकेला एक कार्य को 20 दिन में समाप्त कर सकता है जबकि B अंकेला इसी कार्य को 25 दिन में समाप्त कर सकता है, दोनों मिलकर 5 दिन कार्य करते हैं, फिर B काम छोड़कर चला जाता है, शेष कार्य को A अंकेला कितने दिन में कर पाएगा ?

$$\text{हल } (A + B) \text{ का } 5 \text{ दिन का कार्य } 5 \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} \right) = \frac{9}{20}$$

$$\text{शेष कार्य} = \left(1 - \frac{9}{20} \right) = \frac{11}{20}$$

$$\frac{1}{20} \text{ कार्य को करने में A लेता है} = 1 \text{ दिन}$$

$$\frac{11}{20} \text{ कार्य को करने में A लेता है} = (20 \times \frac{11}{20}) \text{ दिन} = 11 \text{ दिन}$$

अतः शेष कार्य को A अंकेला 11 दिन में कर लेगा ।

क्षमता शमय

$$5 \rightarrow A \rightarrow 20$$

$$4 \rightarrow B \rightarrow 25$$

$$\text{कुल कार्य} = 100$$

(A + B) द्वारा 5 दिन में किया गया कार्य = $(5 + 4) = 5 = 45$ यूनिट

शेष कार्य = $100 - 45 = 55$ यूनिट

B के जाने के बाद A को कार्य पूर्ण करने में लगने वाला शमय = $\frac{55}{5} = 11$ दिन

- उदा.2 A, B और C किसी काम को क्रमशः 20, 30 एवं 45 दिन में अलग-अलग शमाप्त कर शकता है। तीनों मिलकर काम प्रारम्भ करता है और काम शमाप्ति ले पाँच दिन पहले B तथा काम प्रारम्भ होने के पाँच दिन बाद A काम छोड़कर चला जाता है तो पूरा काम कितने दिनों में शमाप्त हो जायेगा ?

हल पूरा काम x दिन में शमाप्त होता है,

$$B = x - 5 \quad C = x \text{ दिन}$$

$$A = 5$$

$$\frac{5}{20} + \frac{x-5}{30} + \frac{x}{45} = 1$$

$$\frac{45+6x-30+4x}{180} = 1$$

$$10x + 15 = 180$$

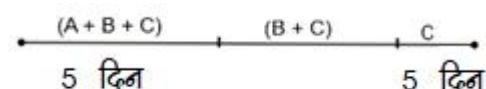
$$x = \frac{180 - 15}{10} = \frac{165}{10} = 16\frac{1}{2} \text{ दिन}$$

$$9 \leftarrow A \rightarrow 20$$

$$6 \leftarrow B \rightarrow 30$$

$$4 \leftarrow C \rightarrow 45$$

$$\text{LCM} = 180$$



(A + B + C) का 5 दिनों का कार्य = $19 \times 5 = 95$

C का अंतिम 5 दिनों का कार्य = $4 \times 5 = 20$

शेष कार्य = $180 - (95 + 20) = 65$ यूनिट

(B + C) द्वारा लिया गया शमय = $\frac{65}{10} = 6.5$

कुल शमय = $5 + 5 + 16\frac{1}{2} =$ दिन

जब काम को बारीबारी पूरा किया जाए

- उदा.1 A तथा B एक काम को क्रमशः 7 दिन तथा 8 दिन में पूरा कर शकते हैं, यदि दोनों एक दिन छोड़कर एक दिन कार्य करें तथा A कार्य को आरम्भ करें, तो काम कितने दिन में शमाप्त होगा ?

हल A तथा B का 2 दिन का कार्य = $\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) = \frac{15}{56}$

$$\text{A तथा B का 6 दिन का कार्य} = \left(\frac{15}{56} \times \frac{1}{2} \times 6 \right) = \frac{45}{56}$$

$$\text{शेष कार्य} = \left(\frac{11}{56} - \frac{1}{7} \right) = \frac{3}{36}. \text{ अब, B की बारी है,}$$

$\frac{1}{8}$ कार्य B करता है = 1 दिन में,

$$\frac{3}{56} \text{ कार्य B करेगा} = \left(\frac{3}{56} \times 8 \right) \text{ दिन में} = \frac{3}{7} \text{ दिन में,}$$

कार्य क्रमाप्त होने में लगा क्रमय

$$= \left(6 + 1 + \frac{3}{7}\right) \text{ दिन} = 7\frac{3}{7} \text{ दिन}$$

- उदा.2 A, B और C एक कार्य की क्रमशः 20, 30 और 60 दिनों में पूरा कर सकते हैं। यदि प्रत्येक तीसरे दिन B और C उसकी सहायता करते हैं तो A कितने दिनों में काम कर सकता है?

(a) 12 days (b) 15 days (c) 16 days (d) 18 days

$$\text{हल} \quad A \text{ का } 2 \text{ दिनों का कार्य} = \left(\frac{1}{20} \times 2 \right) = \frac{1}{10}$$

$$(A + B + C)' \text{ द्वारा 1 दिन में किया गया कार्य} = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60} \right) = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$$

$$3 \text{ दिनों में किया गया कार्य} = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right) = \frac{1}{5}$$

अब, $\frac{1}{5}$ कार्य 3 दिनों में किया जाता है

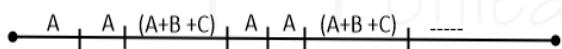
∴ पूरा काम होने में लगने वाला समय $(3 \times 5) = 15$ days

$$3 \leftarrow A \rightarrow 20$$

$$2 \leftarrow B \rightarrow 30$$

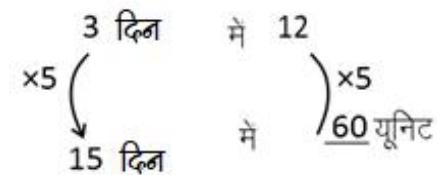
$$1 \leftarrow C \rightarrow 60$$

$$\text{Lcm} = 60$$



तीन दिनों में होने वाला कार्य = $(3 + 3 + 6) = 12$ यूनिट

३८



पुस्तक, इत्री व बच्चों पर आधारित प्रश्न

- उदा.1 यदि प्रति दिन 13 घंटे काम करने वाले 40 पुरुष 20 दिनों में एक काम पूरा कर सकते हैं, तो प्रतिदिन कितने घंटे में 26 आदमी काम को 25 दिन में पूरा कर सकते हैं ?

हल दिया हुआ

दिन में 13 घंटे काम करने वाले 40 पुरुष 20 दिनों में काम पूरा कर सकते हैं,

$$(M_1 \times D_1 \times H_1)/W_1 = (M_2 \times D_2 \times H_2)/W_2$$

$$(40 \times 20 \times 13) = (26 \times 25 \times H_2)$$

$$\Rightarrow H_2 = (40 \times 20 \times 13) / (26 \times 25)$$

$$\Rightarrow H_2 = 16 \text{ एंटे}$$

∴ आवश्यक २५ मय १६ घंटे हैं।

३८२

(c)

हल 20 महिलाएँ 15 दिनों में कार्य पूरा कर सकती हैं,

16 पुरुष 16 दिन में कार्य पूरा कर सकते हैं,

गणना —

(20 x 15) महिलाएँ 1 दिन में कार्य पूरा कर सकती हैं,

\Rightarrow एक महिला का एक दिन का कार्य = 1/300

(16×16) प्रूक्ष 1 दिन में कार्य पूरा कर सकते हैं,

\Rightarrow एक पुरुष का एक दिन का कार्य =

$$\Rightarrow \text{अभिष्ट अनुपात} = (1/256) : (1/300)$$

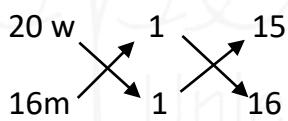
$$\Rightarrow \text{अभीष्ट अनुपात} = 300 : 256 = 75 : 64$$

∴ प्रकृष्ट और महिला की क्षमता के बीच का

1800

| | | |
|---------------|---|----|
| 20 w (ਮਹਿਲਾਏ) | 1 | 15 |
| 16 m (ਪੁਸ਼ਟ) | 1 | 16 |

$$\frac{1800}{3} \times 2$$



$$20 \text{ w} \times 15 = 16 \text{ m} \times 16$$

$$\frac{m}{w} = \frac{20 \times 15}{16 \times 16}$$

$$m : w = 75 : 64$$

- उदा.3 कुछ बद्दल ने 9 दिनों में काम करने का वादा किया लेकिन उनमें से 5 अनुपरिधित थे और शेष पुरुषों ने 12 दिनों में काम किया। बद्दल की मूल शंख्या थी।

हल माना बढ़इयो की कुल संख्या = x .

$$M_1 D_1 = M_2 D_2$$

$$\Rightarrow x \times 9 = (x - 5) \times 12$$

$$\Rightarrow 9x = 12x - 60$$

$$\Rightarrow 3x = 60 \Rightarrow x = 20$$

कार्य क्षमता पर आधारित प्रश्न

उदा.1 A, B की तुलना में 25% अधिक कुशल हैं, और B एक कार्य को पूरा करने के लिए A से 6 दिन अधिक लेता है। B उसी कार्य को पूरा करने में कितने दिन लेगा?

અંતર (a)

हल A और B की क्षमता का अनुपात = 125 : 100

A और B द्वारा लिये गये समय का अनुपात = 100 : 125

माना कि एक कार्य पूरा करने में A को $100x$ दिन लगते हैं, और B को $125x$ दिन लगते हैं।

$$B \text{ द्वारा लिए गए दिन} - A \text{ द्वारा लिए गए दिन} = 6$$

$$\Rightarrow 125x - 100x = 6$$

$$\Rightarrow 25x = 6$$

$$\Rightarrow x = 6/25$$

A द्वारा लिए गए दिन = $100x$

$$\Rightarrow 100 \times 6/25$$

$\Rightarrow 4 \times 6$

⇒ 24

झौर, B द्वारा लिए गए दिन = $125x$

$$\Rightarrow 125 \times 6/25$$

$\Rightarrow 5 \times 6$

⇒ 30

∴ इसी कार्य को पूरा करने में B को 30 दिन लगेंगे।

| A | B | |
|-----------------|-----|-----|
| कुशलता | 125 | 100 |
| अनुपात | 5 | 4 |
| दिनों का अनुपात | 4 | 5 |

अन्तर = 1 = 6 (B द्वारा लिया गया अधिक समय)

अतः B कार्य पूरा करने में समय लेगा = $6 \times 5 = 30$ days.

उदा.2 A और B किसी काम को मिलकर 5 दिन में करते हैं, अगर A अपनी क्षमता से 2 गुना और B अपनी क्षमता से $\frac{1}{3}$ गुना काम करे तो काम 3 दिन में खत्म होता है तो बताओं A अकेला 35 काम को कितने दिन में करेगा।

$$\text{हल} \quad (A + B) \times 5 = \left(2A + \frac{B}{3}\right) \times 3$$

$$5A + 5B = 6A + B$$

$$A = 4B$$

$$\frac{A}{B} = \frac{4}{1}$$

(A + B) क्षमता = $4+1 = 5$ और दोनों 5 दिन में काम पूरा करते हैं,

∴ कुल काम = $5 \times 5 = 25$ यूनिट

$$A \text{ क्रेला} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4} \text{ दिन} \text{ Ans.}$$

चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest)

- जब 3धारे लिए गए (मूलधन) के अलावा बकाया ब्याज पर भी ब्याज दिया जाये तो यह ब्याज चक्रवृद्धि ब्याज कहलाता है।

मिश्रधन
$$(A) = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$$

T = शमय

R = दर

P = मूलधन

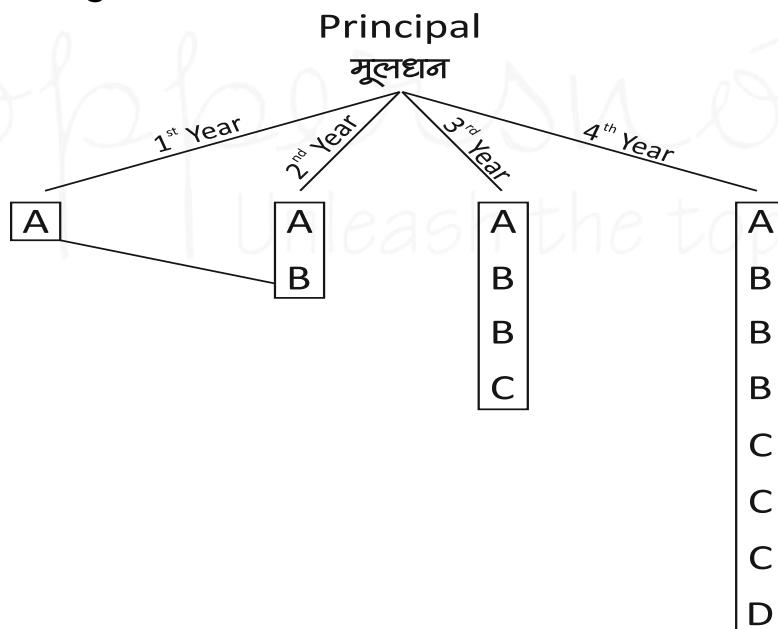
$$C.I. = P \left[\left(1 + \frac{R}{100}\right)^T - 1 \right]$$

$$C.I. = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T - P$$

$$C.I. = A - P$$

- ब्याज वार्षिक देय होने पर 1 वर्ष का लाधारण ब्याज व चक्रवृद्धि ब्याज बराबर होता है।

Tree Method से चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करना



प्रथम वर्ष का ब्याज = A

द्वितीय वर्ष का ब्याज = A व A पर लगने वाला ब्याज B

इतः ब्याज = A + B

इतः 4 वर्षों का चक्रवृद्धि ब्याज = 4A + 6B + 4C + D

- इस नियम से कितने भी वर्षों के लिए चक्रवृद्धि ब्याज की गणना कर सकते हैं।

यदि अंतर निकालना हो तो डैली

द्वितीय वर्ष व तृतीय वर्ष के ब्याजों का अंतर = $(A + 2B + C) - (A + B)$
 $= (B + C)$

उदा.1 जब 1000 रु. को 5% के चक्रवृद्धि ब्याज की दर से जमा किया जाता है तो 3 वर्ष के बाद मिश्रधन (amount) ज्ञात करें ?

हल मूलधन = 1000 दर = 5% शमय = 3 वर्ष

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{(शमय)}}$$

$$= 1000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$$

$$= 1000 \left(\frac{105}{100}\right)^3$$

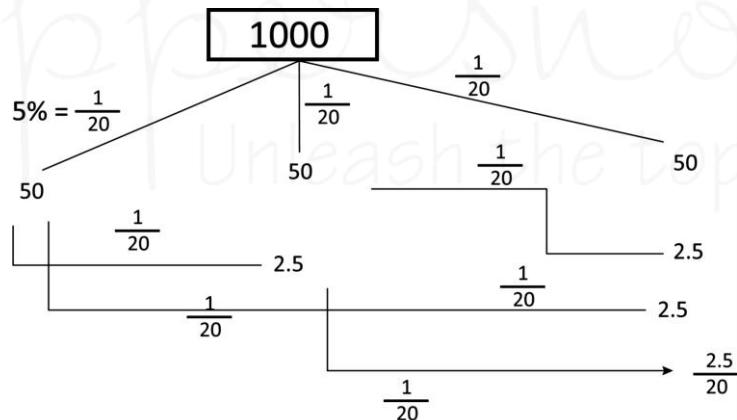
$$= 1000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$$

$$= \frac{9261}{8}$$

$$= 1157.625 \text{ रु.}$$

Trick

Tree method के द्वारा



$$\text{कुल ब्याज} = 50 + 50 + 50 + 2.5 + 2.5 + 2.5 + 0.125 = 157.625$$

$$\begin{aligned} \text{मिश्रधन} &= 1000 + 157.625 \\ &= 1157.625 \text{ रु.} \end{aligned}$$

उदा.2 3 वर्ष के लिए 250000 रुपये की शाशि जमा की जाती है, जो पहले, दूसरे और तीसरे वर्ष के लिए क्रमशः 4%, 5% और 6% शालाना होती है। तीन वर्ष के अंत में शाशि क्या होगी ?

हल शुरू - $A = P [1 + (R/100)]^T$

पहले वर्ष के लिए

$$A_1 = 250000 \times [1 + (4/100)]$$

$$A_1 = 260000$$

दूसरे वर्ष के लिए

$$P = A_1$$

$$A_2 = 260000 \times [1 + (5/100)]$$

$$A_2 = 273000$$

तीसरे वर्ष के लिए,

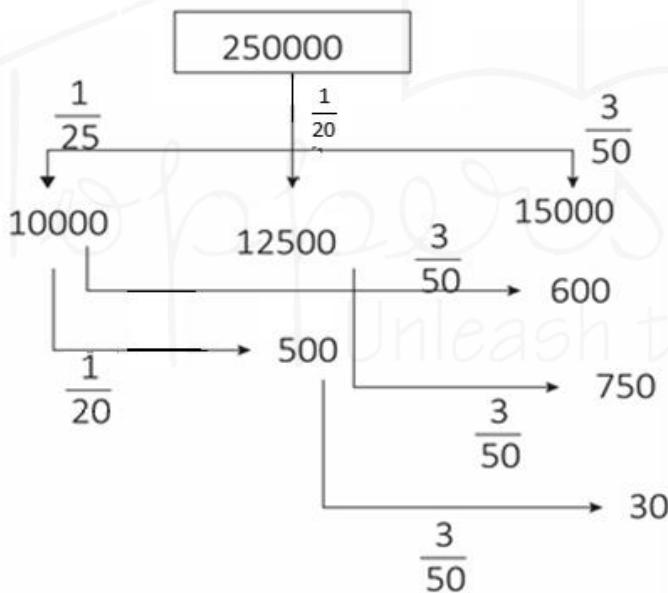
$$P = A_2$$

$$A_3 = 273000 \times [1 + (6/100)]$$

$$A_3 = 289380 \text{ रु.}$$

Trick

$$4\% = \frac{1}{25}; 5\% = \frac{1}{20}; 6\% = \frac{3}{50} \text{ (भिन्न रूप)}$$



$$\begin{aligned}\text{कुल ब्याज} &= 10000 + 12500 + 15000 + 500 + 600 + 750 + 30 \\ &= 39380\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{देय शारि} &= 250000 + 39380 \\ &= 289380 \text{ रु.}\end{aligned}$$

उदा.3 किस चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 80000 रु. 2 वर्षों में 88,200 रु. हो जाएँगे, यदि ब्याज की गणना वर्ष में एक बार होती हो ?

$$\text{हल} \quad \text{प्रथमानुशासन} - 80000 \left[1 + \frac{R}{100} \right]^2 = 88200$$

$$\left[1 + \frac{R}{100} \right]^2 = \frac{88,200}{80,000} = \frac{441}{400} = \left(\frac{21}{20} \right)^2$$

$$1 + \frac{R}{100} = \frac{21}{20}$$

$$R = 5\%$$

Trick

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^T = \begin{pmatrix} A_2 \\ A_1 \end{pmatrix}$$

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^2 = \begin{pmatrix} 88200 \\ 80000 \end{pmatrix}$$

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^2 = \begin{pmatrix} 441 \\ 400 \end{pmatrix}$$

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right) = \left(\frac{441}{400}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{21}{20}$$

$$R = \left(\frac{21}{20} - 1\right) \times 100$$

$$R = 5\%$$

- चक्रवृद्धि ब्याज तीन प्रकार से शंयोजित होता है-

| शंयोजन का प्रकार | दर | शमय |
|------------------|-------|-------|
| वार्षिक | R % | T |
| अर्धवार्षिक | R/2 % | T × 2 |
| तिमाही/त्रैमासिक | R/4 % | T × 4 |

उदा.4 कितने शमय में 390625 रु. 456976 रु. में बदल जाएगा, यदि चक्रवृद्धि ब्याज की दर 4% प्रति वर्ष है ?

हल $\therefore P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T = A$

$$390625 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^T = 456976$$

$$\left(1 + \frac{1}{25}\right)^T = \frac{456976}{390625}$$

$$\left(\frac{26}{25}\right)^T = \left(\frac{26}{25}\right)^4$$

$$T = 4 \quad \text{अतः अभीष्ट शमय} = 4 \text{ वर्ष}$$

- यदि प्रत्येक वर्ष के लिए ब्याज की दर भिन्न-भिन्न हो -

$$A = P \left(1 + \frac{R_1}{100}\right) \left(1 + \frac{R_2}{100}\right) \left(1 + \frac{R_3}{100}\right) \dots$$

उदा.5 यदि 5000 रुपए 4% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज पर दिए जाएँ तो $1\frac{1}{2}$ वर्ष बाद वार्षिक और अष्टवार्षिक

आधार पर ब्याज की गणना करने पर उनका अनतर कितना होगा ?

हल अब ब्याज वार्षिक चुकाता है तो -

$$R = 4\%, T = 1\frac{1}{2} \text{ वर्ष}$$

$$P = 5000 \text{ रु.}$$

$$A = 5000 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^1 \left(1 + \frac{4}{100} \times \frac{1}{2}\right)$$

$$= 5000 \times \frac{26}{25} \times \frac{51}{50} = 5304$$

$$\text{अतः, C.I.} = 5304 - 5000 = 304$$

अब अबकि ब्याज छमाही चुकाता है, तो -

$$R = \frac{4}{2} = 2\%$$

$$T = \frac{3}{2} \times 2 = 3 \text{ वर्ष}$$

$$3 \text{ वर्षों के लिए} = [3R] \cdot [3R^2] \cdot [R^3]$$

$$= 6.1208 \%$$

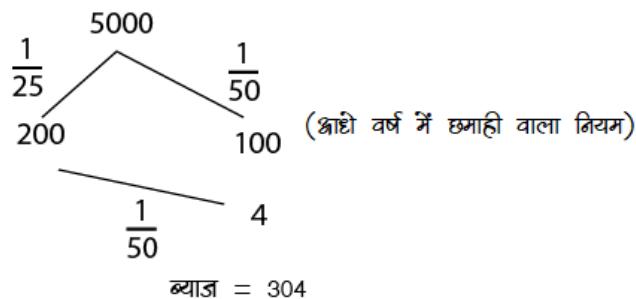
$$P = 5000 \text{ रु.}$$

$$\text{C.I.} = 5000 \times 6.1208\% = \frac{5000 \times 61208}{100 \times 10000} = 306.04$$

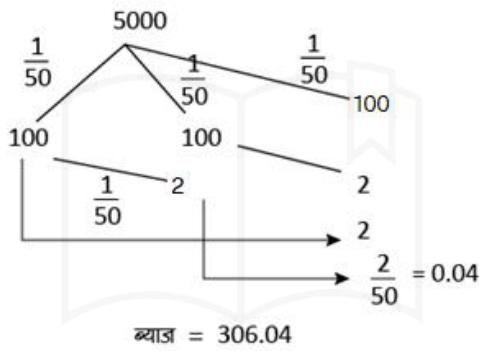
$$\text{अनतर} = 5306.04 - 3045 = 2.04 \text{ रु.}$$

Trick

वार्षिक में



अर्द्धवार्षिक में



$$\text{क्रतर} = 306.04 - 304 \\ = 2.04 \text{ रु.}$$

- यदि दो मिश्रधन दिये गये हों तब Rate(दर) मिकालना

$$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{100+R}{100} \right)^{T_2-T_1}$$

उदा. 6 कोई धन मिश्रित दर से 4 वर्ष में C. I. के अंतर्गत 5120 रु. हो जाता है जबकि 6 वर्ष में वह शाखा 6480 रु. हो जाती है तो ब्याज की दर ज्ञात करें ?

हल $\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{100+R}{100} \right)^{T_2-T_1}$

$$\frac{6480}{5120} = \left(\frac{100+R}{100} \right)^{6-4}$$

$$\frac{6480}{5120} = \left(\frac{100+R}{100} \right)^2$$

$$\frac{100+R}{100} = \sqrt{\frac{81}{64}}$$

$$\frac{100+R}{100} = \frac{9}{8}$$

$$800 + 8R = 900$$

$$8R = 100$$

$$R = 100/8 = 12.5\%$$

- यदि दो लगातार वर्षों का ग्रन्थांश दिया गया हो तो -

$$R = \left(\frac{A_2 - A_1}{A_1} \right) \times 100$$

उदा.7 कोई धन निश्चित दर से C.I. के अंतर्गत 3 वर्ष में 2880 रु. हो जाता है तबकि 4 वर्ष में वह शशि 3240 रु. हो जाती है तो ब्याज की दर छात करें ?

हल $R = \left(\frac{3240 - 2880}{2880} \right) \times 100$

$$R = \frac{360}{2880} \times 100$$

$$R = 12\frac{1}{2}\%$$

- यदि गुणनफल Relation दिया हो तो $R = \left((n)^{\frac{1}{T}} - 1 \right) \times 100$

यदि कोई शशि T वर्ष में CI के अंतर्गत n गुना हो जाती है ।

उदा.8 यदि किसी शशि पर 5% वार्षिक ब्याज दर पर तीन वर्षों के लिए चक्रवृद्धि ब्याज और शाधारण ब्याज के बीच का अंतर 36.60 है, तो शशि है -

हल 3 शाल के लिए शाधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज का अंतर $= \frac{PR(300+R)}{100^3}$

$$\frac{P \times 25 \times 305}{100 \times 100 \times 100} = 36.60$$

$$P = \frac{36.60 \times 100 \times 100 \times 100}{25 \times 305} = 4800$$

उदा.9 10% ब्याज की दर से 2 वर्षों में 1500 रु. के चक्रवृद्धि ब्याज एवं शाधारण ब्याज का अंतर निकालें ?

हल $(CI - SI) = P \left(\frac{R}{100} \right)^2$

$$\text{अंतर} = \text{मूलधन} \left[\frac{R}{100} \right]^2 = 1500 \left[\frac{10}{100} \right]^2 = 15 \text{ रु.}$$

प्रत्येक किस्त की शशि निकालना -

$$P = x \left[\frac{100}{100+R} \right] + x \left[\frac{100}{100+R} \right]^2 + x \left[\frac{100}{100+R} \right]^3 + \dots$$

जहाँ P = जो Total देनी है ।
 x = किस्त जो देनी है ।

उदा.10 8200 रु. को 5% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्षों के लिए कर्ज लिया जाता है जिसे 6 मान वार्षिक किस्तों द्वारा वापस कर दिया जाता है तो प्रत्येक किस्त में कितने रु. वापस करने होंगे ?

$$\text{हल} \quad 8200 = x \left[\frac{100}{105} \right] + x \left[\frac{100}{105} \right]^2$$

$$8200 = x \left[\frac{100}{105} \right] + \left[1 + \frac{100}{105} \right]$$

$$8200 = x \times \frac{20}{21} \left[\frac{41}{21} \right]$$

$$x = \frac{8200 \times 21 \times 21}{41 \times 20}$$

$$x = 4410 \quad 3.$$

उदा.11 शुगील 2275 अ. उधार लेता है और 3 वर्षों में से प्रथम, द्वितीय एवं तृतीय के अंत में प्रतिवर्ष 20% की चक्रवृद्धि ब्याज की दर से चुकाने का दावा करता है, प्रत्येक किस्त की शशि ज्ञात कीजिये ?

- (A) 1080 ♂.
(B) 864 ♂.
(C) 1036 ♂.
(D) 993 ♂.

हल 3 वर्षों बाद 2275 का मूल्य = 2 वर्षों बाद प्रथम किश्त का मूल्य + वर्ष बाद दूसरी किश्त का मूल्य + तीसरी किश्त का मूल्य माना, किश्त राशि x है।

$$2275\left(1 + \frac{20}{100}\right)^3 = x\left(1 + \frac{20}{100}\right)^2 + x\left(1 + \frac{20}{100}\right)^1 + x$$

$$2275 \left(\frac{216}{125} \right) = \frac{91}{25} x$$

$$x = \frac{2275 \times 216 \times 25}{125 \times 91}$$

$$x = 1080$$

अतः प्रत्येक निवेश की शासि 1080 रु. है।

Trick:

$$\text{दर} = 20\% = \frac{1}{5}$$

प्रत्येक 5 वर्ष पर 1 वर्ष ब्याज

| | | | |
|---|------------------|------------------|--------------------------------------|
| 1 st year | 5×6^2 | 6×6^2 | चूंकि प्रत्येक वर्ष किसी दिन मान है। |
| 2 nd year | $(5)^2 \times 6$ | $(6)^2 \times 6$ | |
| 3 rd year | $(5)^3$ | $(6)^3$ | |
| कुल मूलधन | | | 216 |
| = 455 | | | |
| अतः किसी दिन = $\frac{2275}{455} \times 216 = 1080$ रु. | | | |

- जब दो मिश्रधन माना A_1 व A_2 दिये हुये हो तो मूलधन छात करना यदि दिन मान हो तो -

$$P = \frac{A_1^2}{A_2}$$

उदा.12 किसी धन पर 3 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन 13380 रु. तथा 6 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन 20070 रु. है। वह धन कितना है ?

- (A) 8800 रु.
 (B) 8890 रु.
 (C) 8920 रु.
 (D) 9040 रु.

हल जब दिन मान हो तो

$$P = \frac{(A_1)^2}{A_2}$$

$$= \frac{13380 \times 13380}{20070} = 8920 \text{ रु.}$$

अतः प्रत्येक निवेश की शार्थि 8920 रु. है।

चक्रवृद्धि ब्याज का उपयोग करके दिन मान शार्थि के शाधारण ब्याज की गणना करना

उदा.13 यदि किसी शार्थि का चक्रवृद्धि ब्याज 3% की दर से 2 वर्षों में 101.50 रु. हो तो शाधारण ब्याज (SI) छात करें।

हल 1 रु. का $CI = \left(1 + \frac{3}{100}\right)^2 - 1 = \left(\frac{103}{100}\right)^2 - 1 = \frac{609}{10000}$

$$\therefore 1 \text{ वर्ष का } SI = \frac{2 \times 3}{100} \text{ रु.} = \frac{6}{100} \text{ रु.}$$

$$\therefore \frac{SI}{CI} = \frac{6}{100} \times \frac{10000}{609} = \frac{200}{203}$$

$$\therefore SI = CI \text{ का } \frac{200}{203} = \frac{200}{203} \times 101.5 = 100 \text{ रु.}$$

Trick:

$$3\% \text{ की दर से } 2 \text{ वर्षों का संकलित चक्रवृद्धि ब्याज} = 2 R.R^2 \\ = 6.09 \%$$

$$\text{शाधारण ब्याज} = 3 \times 2 = 6\%$$

$$\text{Now } \frac{101.50}{6.09} \times 6 \\ = 100 \text{ रु.}$$

उदा.14 तीन वर्ष के अन्त में ₹ 14800 की शर्त पर अर्जित शाधारण ब्याज ₹ 6216 है। इतनी ही शर्त पर, इतनी ही दर से, इतनी ही अवधि में अर्जित चक्रवृद्धि ब्याज क्या होगा ?

- | | |
|----------------|---------------|
| (A) ₹ 6986.42 | (B) ₹ 726.852 |
| (C) ₹ 7042.204 | (D) ₹ 832.466 |

हल (B)

$$\text{ब्याज दर} = \frac{1}{3} \left(\frac{6216}{14800} \times 100 \right) = 14\%$$

$$\left[\because R = \frac{SI \times 100}{P \times T} \right]$$

$$\text{अतः चक्रवृद्धि ब्याज} = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^T - P$$

$$= 14800 \left(1 + \frac{14}{100} \right)^3 - 14800$$

$$= 14800 \times \frac{57}{50} \times \frac{57}{50} \times \frac{57}{50} - 14800$$

$$= (21926.81512 - 14800)$$

$$= 7126.8512 \text{ रु.}$$