Toppersnotes
Unleash the topper in you

संगणक

(COMPUTOR)

राजस्थान कर्मचारी चयन बोर्ड, जयपुर

भाग – 3

सांख्यिकी, कंप्यूटर एवं गणित

SIERRA INNOVATIONS

COMPUTOR (संगणक)

सांख्यिकी, कंप्यूटर एवं गणित

सांख्यिकी		
क्र.सं.	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1.	निदर्शन (Sampling)	1
2.	विचरण (Variance)	10
3.	समंको का संग्रहण (Collection of Data)	12
4.	वर्गीकरण तथा सारणीयन (Classification and Tabulation)	22
5.	केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप (Central Tendency)	25
6.	अपकिरण तथा विशमता के माप (Measures of Dispersion)	33
7.	सह–संबंध (Correlation)	44
7.	परिघात (Moments)	59
8.	प्रतीपगमन वियश्लेषण (Regression Analysis)	64
9.	सूचकांक (Index Number)	86
10.	काल श्रेणियों का विश्लेषण (Time Series Analysis)	99
	COMPUTER	
11.	Computer: An Introduction & History	114
12.	कंप्यूटर आर्किटेक्चर (Computer Architecture)	123
13.	INTERNET TECHNOLOGY	131
14.	MS WORD	138
15.	MS EXCEL	149
16.	POWER POINT	162
	MATHEMATICS	
17.	सरलीकरण (Simplification)	173
18.	प्रतिशतता (Percentage)	183

19.	औसत (Average)	193
20.	अनुपात तथा समानुपात (Ratio & Proportion)	204
21.	साधारण ब्याज (Simple Interest)	216
22.	चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest)	227

Toppersnotes
Unleash the topper in you

निदर्शन (Sampling)

समग्र (Population) – अनुसंधानकर्ता के द्वारा किसी भी विषय विशेष के संबंध में जो सम्पूर्ण सूचनाएँ प्राप्त की जाती हैं। जो अनुसंधान करने के लिए आवश्यक है, समग्र कहलाती हैं।

जनसंख्या, आँकड़ों का अनुमान लगाना।

कुल जनसंख्या – समग्र

सम्पूर्ण/सम्पूर्ण डाटा/समूह/सम्पूर्ण इकाइयाँ

तत्व इकाई – सम्पूर्ण समग्र में से हर एक इकाई/सूचना को तत्व कहाँ जाता हैं।

समग्र के प्रकार

1. **परिमित समग्र (Finite Population)** - ऐसा समग्र जिसमें प्रत्येक इकाई का निर्धारण या सम्पूर्ण समग्र को निश्चित किया जा सकता हैं।
   जैसे – जनगणना, क्रय–विक्रय, उत्पादन, आयात–निर्यात

2. **अपरिमित (Infinite Population)** - ऐसा समग्र जिसको निर्धारित कर पाना या निश्चित कर पाना संभव न हो, अपरिमित समग्र कहलाते हैं।
   जैसे – सिर के बाल, आसमान के तारें

3. **वास्तविक समग्र** - ऐसा समग्र जिसमें प्रत्येक इकाई की पहचान की जा सकती हैं।
   जैसे – उत्कर्ष के Students

4. **काल्पनिक समग्र** – ऐसा समग्र जिसमें प्रत्येक इकाई की पहचान नहीं की जा सकती हैं।
   जैसे – कॉइन के हेड/टेल, सम–विषम
   पासा का उछालना, ताश के पत्ते

डाटा संग्रहण की विधियाँ

1. सम्पूर्ण/संगणना अनुसंधान विधि
2. निर्देशन अनुसंधान विधि

1. **संगणना अनुसंधान विधि (भारत की जनगणना) –** समग्र की प्रत्येक इकाई से संबंधित सूचना प्राप्त करके सम्पूर्ण समग्र का निष्कर्ष निकाला जाता हैं।
   जैसे – भारत की जनगणना
   - ऐसी अनुसंधान विधि जहाँ पर शुद्धता व विश्वसनीयता की आवश्यकता अधिक हो।
   - ऐसी अनुसंधान विधि जहाँ सभी गुणों (सजातीय) का अध्ययन किया जाता हैं।
   - संगणना विधि केवल परिमित समग्र के लिए उपयोगी होती है न कि अपरिमित समग्र के लिए।
   - यह विधि वहाँ काम में ली जाती है जहाँ निष्कर्ष के 100% परिशुद्धता व विश्वसनीयता की आवश्यकता हो।

   जैसे – जनगणना, आयात–निर्यात।

कमियाँ – संगणना अनुसंधान विधि जहाँ समय कम, पूँजी कम, श्रम कम वहाँ उपयोगी नहीं होती हैं।

- इस विधि से सांख्यिकीय विभ्रम के बारे में अध्ययन नहीं किया जा सकता। जहाँ S.E. हैं, वहाँ यह विधि काम में नहीं ली जा सकती।

2. **निर्देशन अनुंसधान विधि** – यह अधिक उपयोगी विधि हैं।

प्रतिदर्श

जहाँ पर सम्पूर्ण समग्र में से कुछ इकाइयों का चुनाव करके उनके आधार पर सम्पूर्ण समग्र का निष्कर्ष निकाला जाता हैं। तथा जिन इकाईयों की सहायता से निष्कर्ष निकाले जाते हैं। उन्हें प्रतिदर्श (Sample) कहते हैं।

- ऐसा चुनाव/प्रतिदर्श सम्पूर्ण समग्र का प्रतिनिधित्व करता है अर्थात् समग्र में सभी गुण विद्यमान होंगे।

निदर्शन – समग्र में से चुनाव के आधार पर निष्कर्ष निकालने की प्रक्रिया (Sampling) कहलाती हैं।

जैसे – चावल के पकने के बारे में जानकारी

Sample :- प्रतिदर्श/न्यादर्श – समग्र में से वह इकाई जो सम्पूर्ण समग्र का प्रतिनिधित्व करती हैं तथा जिसमें समग्र की इकाइयों के गुण विद्यमान होते हैं, न्यादर्श कहलाते हैं।

- समग्र को यदि 'N' से प्रदर्शित किया जाता है तो न्यादर्श/प्रतिदर्श को 'n' से प्रदर्शित किया जाता हैं।
- **प्रायल – (Parameler)** – सम्पूर्ण समग्र के सांख्यिकी माप को प्रायल कहा जाता है।
- न्यादर्श/प्रतिदर्श के सांख्यिकीय माप को प्रतिदर्शज कहा जाता हैं।

निदर्शन (Sampling) की विधियाँ

(1) दैव निदर्शन विधि (Random Sampling Methods) - सम्पूर्ण समग्र में से कुछ इकाइयों को दैव (Chance) के आधार पर चुनाव किया जाता है जिससे प्रत्येक इकाई के आने की समान प्रायिकता सहयोग होता है और उस इकाई के आधार पर सम्पूर्ण समग्र का निष्कर्ष निकाल लिया जाता हैं।

- यह विधि व्यक्तिगत पक्षपात व अनुसंधान कर्ता के बिना हस्तक्षेप किए निष्कर्ष निकाले जाने की एक वैज्ञानिक विधि है, जो प्रायिकता (P) के सिद्धान्त पर कार्य करती हैं।

  जैसे – लौटरी – यह दैव निदर्शन विधि के आधार पर निष्पक्ष रूप से या अनुसंधान कर्ता के बिना हस्तक्षेप के निकाली जाती हैं।

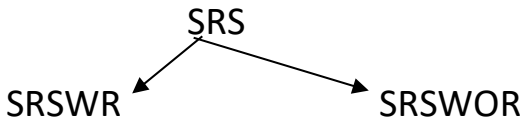
- दैव निदर्शन विधि में हमेशा समग्र परिमित समग्र के रूप में होता है।

  जैसे – वक्र घूमाकर, ढ़ोल घूमाकर, क्रय या व्यवस्था या उप दैव निदर्शन

असीमित या सरल / SRS : (Simple Random Sampling Methods) असीमित या सरल

लॉटरी
वक्र घूमाकर
व्यवस्थित क्रम
} परिमित समग्र पर काम करती हैं।

SRS विधियाँ दो प्रकार की होती है –



SRS विधि

(i) SRSWR - (Simple Random Sampling with Replacement)

- इस विधि में प्रथम बार जिस प्रतिदर्श का चुनाव किया जाता है, दूसरे Sample के चुनाव से पहले उसे समग्र में वापस मिला दिया जाता हैं। जिससे उसके वापस चयन होने की समप्रायगिकता बन जाती हैं।
- Imp. प्रतिदर्श / न्यादर्श की संयोग प्राथमिकता (P) = $\left(\frac{1}{N^n}\right)$
- Imp. प्रतिदर्श / न्यादर्श की संख्या = $(N)^n$

(ii) SRSWOR - (Simple Random Sampling without Replacement)

इस विधि में समग्र में से एक बार जिस इकाई का चुनाव कर लिया जाता है उसे दुबारा समग्र में वापस नहीं मिलाया जाता हैं।

- न्यायदर्श / प्रतिदर्श की प्राथमिकता (P) $= \left(\frac{1}{N_n}\right)$
- न्यायदर्श / प्रतिदर्श की संख्या $= N_{cn}$

(2) सीमित दैव निदर्शन विधियाँ

1. **व्यवस्थित / क्रमबद्ध दैव निदर्शन विधि** – इस विधि में सर्वप्रथम समग्र में से जितनी इकाइयों का न्यायदर्श लेना है, उसका भाग देकर k का मूल्य निकाला जाता हैं।

$$K = \frac{N}{n}$$

- प्रथम इकाई (1 से k के बीच में से कोई भी)
- Imp. 1000 इकाइयों का समग्र हैं इसमें से 10 न्यादर्श दैव आधार पर लेने हैं।

$K = \frac{1000}{10}$ (1 से 100 तक)

K = प्रथम इकाई

- शेष न्यादर्श का एक व्यवस्थित या क्रमबद्ध आधार पर चुनाव किया जाता हैं।
- दैव (80) – शेष न्यादर्श + 25 अंतराल

  105, 130, 155, 180, 205, 230

- इस विधि में समग्र परिमित होना आवश्यक हैं। क्रमानुसार, संख्या, वर्णमाला के क्रमानुसार, सामाजिक, आर्थिक – भौगोलिक क्षेत्र के आधार पर क्रमानुसार/व्यवस्थित किए जाते हैं।
- Imp. 100 इकाइयों के समग्र में 5 न्यादर्श का चुनाव व्यवस्थित/क्रमबद्ध दैव निदर्शन विधि के आधार पर किया जाता हैं और प्रत्येक दूसरी इकाई के लिए 4 का अंतराल रखा जाता हैं।

  $K = \frac{100}{5} = 20$

  प्रथम इकाई = 20

  अन्य इकाई = 24, 28, 32, 36

2. मिश्रित या स्तरित निदर्शन (Mixed or Stratified Sampling)

विधि – देव निदर्शन

+

गैरदैव निदर्शन (सविचार न्यादर्श)

- **सविचार न्यादर्श** : अनुसंधान कर्ता के द्वारा सजातीय आधार पर (वर्गीकृत)

Imp. 100 (समग्र) – 10 न्यादर्श

आयु		सजातीय समूह	
20	A	- 20	सविचार न्यादर्श
30	B	- 30	
40	C	- 50	

A. $\frac{10}{100} \times 20 = 2$

B. $\frac{10}{100} \times 30 = 3$

C. $\frac{10}{100} \times 80 = 5$

A – 2

B – 3

C – 5

दैव निदर्शन के द्वारा

- इस विधि में समग्र को सर्वप्रथम सजातीय आधार पर वर्गीकृत किया जाता हैं। (सविचार न्यादर्श)
  जैसे – आयु, शैक्षणिक योग्यता, आयु, विशेषताओं के आधार पर
- अनुसंधानकर्ता के द्वारा विजातीय समग्र को सजातीय समग्र में वर्गीकृत किया जाता हैं। फिर न्यादर्श को समूह के आधार पर आनुपातिक किया जाता है और अन्त में दैव निदर्शन विधि के द्वारा समूहों में से न्यादर्श का चुनाव किया जाता हैं।
- उद्देश्य – इस विधि का उद्देश्य एक विजातीय समग्र को आर्थिक, सामाजिक, भौगोलिक व अन्य गुणों के आधार पर सजातीय वर्गों/समूहों में वर्गीकृत करना हैं।

3. बहुस्तरीय निदर्शन विधि

समग्र परिमित

आर्थिक सर्वे : (NSSO)

बहुस्तरीय दैव निर्देशन विधि

राज. – जिला – तहसील – गाँव – मोहल्ला – घर
↓ ↓
दैव दैव

मिश्रित या त्वरित विधि के आधार पर कार्य करती हैं।

- यह विधि मिश्रित व दैव निदर्शन विधि दोनों के आधार पर कार्य करती हैं।
- सर्वप्रथम सामाजिक, आर्थिक, भौगोलिक के आधार पर वर्गीकृत कर लिया जाता हैं फिर दैव–निदर्शन के आधार पर विभाजन कर लिया जाता हैं और फिर दैव निदर्शन के आधार पर उप–विभाजन कर लिया जाता हैं, यही स्तर चलता रहता हैं ।
- इस विधि में समग्र का परिमित होना आवश्यक हैं ।
- आर्थिक सर्वे, प्रौद सर्वे National Sampling Survey Ory (NSS)

4. क्षेत्रफल निदर्शन (Area Sampling)

- **उद्देश्य** – यह विधि वर्तमान में जनसंख्या की गणना करने की सर्व–उपयुक्त विधि मानी जाती हैं।
- यह विधि विशेष प्रकार की बोली, वेशभूषा, रहन–सहन का स्तर जानने के लिए काम में ली जाती हैं।
- **क्षेत्रफल** – बहु स्तरीय मिश्रित निदर्शन न्यादर्श विधि पर आधारित हैं।
- **सविचार न्यादर्श** – समूहों में विभाजित किया जाता हैं।
- दैव न्यादर्श विधि के आधार पर विभाजन (उप–विभाजन) किया जाता हैं।
- इस विधि की न्यादर्श इकाई 'क्षेत्रफल इकाई' को कहा जाता हैं।

COMPUTER

Computer: An Introduction & History

एक कंप्यूटर एक Programmable electronic device है जो raw डेटा को input के रूप में स्वीकार करता है और इसे output के रूप में परिणाम देने के लिए निर्देशों के एक सेट, Program के साथ process करता है। यह गणितीय और logical operations करने के बाद ही output प्रदान करता है और भविष्य के उपयोग के लिए output को save सकता है।

* यह संख्यात्मक (numerical) और साथ ही गैर-संख्यात्मक (non-numerical) गणनाओं को process कर सकता है। 'कंप्यूटर' शब्द लैटिन शब्द "compute" से लिया गया है जिसका अर्थ है गणना करना ।

कंप्यूटर विकास का इतिहास (History of Computer Evolution)

आधुनिक कंप्यूटरों को अस्तित्व में आए हुए मुश्किल से 50 वर्ष ही हुए हैं, लेकिन विकास का इतिहास बहुत पुराना है । कंप्यूटर हमारे जीवन के हर पहलू में किसी-न-किसी तरह से सम्मिलित है ।

कंप्यूटर के विकास का इतिहास निम्नलिखित सारणी में संक्षेप में बताया गया है-

आविष्कार	आविष्कारक	समय	विशेषताएँ	अनुप्रयोग
अबेकस (Abacus)	ली काई चेन (चीन)	16 वीं शताब्दी	* सबसे पहला एवं सरल यन्त्र। * अबेकस लकडी का एक आयताकार ढाँचा होता था, जिसके अंदर तारों का एक फ्रेम लगा होता था । * क्षैतिज तारों में गोलाकार मोतियों के द्वारा गणना की जाती थी ।	* जोडने व घटाने के लिए प्रयोग किया जाता था । * वर्गमूल निकालने के लिए भी प्रयोग किया जाता था ।
नेपियर्स बोन्स (Napiers Bons)	जॉन नेपियर (स्कॉटलैण्ड)	1617	* ये जानवरों की हड्डियों से बनी आयताकार पट्टियाँ होती थी । * 10 आयताकार पट्टियाँ पर 0 से 9 तक के पहाडे इस प्रकार लिखे होते हैं कि एक पट्टी के इकाई के अंको के पास आ जाते थे ।	* गुणा अत्यन्त शीघ्रतापूर्वक जा सकती थी । * गणनात्मक परिणाम को ग्राफिकल संरचना द्वारा दर्शाया जाता था ।

			* गणना के लिए प्रयोग में आने वाली प्रोद्यौगिकी को राबडोलोगिया (Rabdologia) कहते हैं।	
स्लाइड रूल (Slide Rule)	विलियम ऑटरेड (जर्मनी)	1620	* इसमें दो विशेष प्रकार की चिह्नित पट्टियाँ होती थीं, जिन्हें बराबर में रखकर आगे-पीछे सरकाकर लघुगणक की क्रिया सम्पन्न होती थी । * पट्टियाँ पर चिन्ह इस प्रकार होते थे कि किसी संख्या के शून्य वाले चिह्न से वास्तविक दूरी उस संख्या के किसी साझा आधार पर लघुगणक के समानुपाती होती थी ।	यह लघुगणक विधि के आधार पर सरलता से गणनाएँ कर सकता था ।
पास्कलाइन (Pascaline)	ब्लेज पास्कल (फ्रांस)	1642	* यह प्रथम मैकेनिकल एडिंग मशीन है । * यह मशीन ओडोमीटर एवं घडी के सिद्धांत पर कार्य करती थी । * इस मशीन में कई दाँतेदार चक्र और पुराने टोलीफोन की तरह घुमाने वाले डायल होते थे, जिन पर 0 से 9 तक संख्याएँ अंकित होती थीं ।	संख्याओ को जोडने और घटाने के लिए प्रयोग किया जाता था ।
लेबनीज का यान्त्रिक कैलकुलेटर (Mechanical Calculator of Leibnitz)	गोटफ्रेड वॉन लेबनीज (जर्मन)	1671	* इस मशीन को लेबनीज की 'रेनिंग मशीन' भी कहा जाता है ।	* यह मशीन जोड व घटाव के साथ-साथ गुणा व भाग कर सकने में भी समर्थ थी । * कार व स्कूटर के स्पीडोमीटर में प्रयुक्त की जाती है ।

जेकॉर्ड लूम (Jacquard Loom)	जोसेफ-मेरी जैकार्ड (फ्रांस)	1801	* यह एक ऐसी बुनाई मशीन थी, जिसमें बुनाई के डिजाइन डालने के लिए छिद्र किए हुए कार्डों का उपयोग किया जाता था ।	* इसका प्रयोग कपडे बुनने के लिए किया जाता था ।
डिफरेंस इंजन (Difference Engine)	चार्ल्स बैबज	1822	* इस मशीन में शॉफ्ट तथा गियर लगे होते थे तथा यह मशीन भाप से चलती थी ।	* इस मशीन की सहायता से विभिन्न बीजगणितीय फालनों का मान दशमलव के 20 स्थानों तक शुद्धतापूर्वक ज्ञात किया जा सकता था । * इसका उपयोग बीमा, डाक, रेल उत्पादन में किया जाता था ।
एनालिटिकल इंजन चार्ल्स बैबज (Analytical Engine)	चार्ल्स बैबज	1833	* इस मशीन के पाँच मुख्य भाग थे, 1. इनपुट इकाई, 2. स्टोर, 3. मिल, 4. कण्ट्रोल 5. आउटपुट इकाई * इस मशीन को आधुनिक कम्पयूटरों का आदि प्रारूप माना जाता है । यह एक मैकेनिकल मशीन है ।	* इसका प्रयोग सभी गणितीय क्रियाओं को करने में किया जाता था ।
टेबुलेटिंग मशीन (Tabulating Machine)	हर्मन होलेरिथ	1880	* इसमें संख्या पढने का कार्य छेद किए हुए कार्डों द्वारा किया जाता था । * एक समय में, एक ही कार्ड को पढा जाता था । * इसमें संख्या पढने का कार्य छेद किए हुए कार्डों द्वारा किया जाता था । * एक समय में, एक ही कार्ड को पढा जाता था ।	

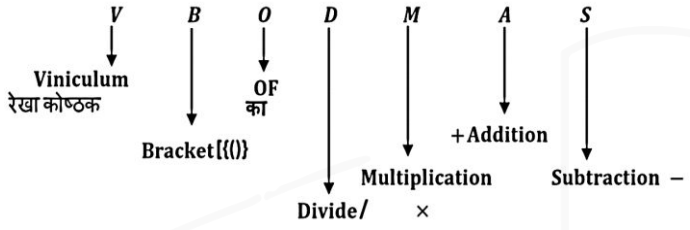
			* सन् 1896 मे होलेरिथ ने 'टेबुलेटिंग मशीन कम्पनी' की स्थापना की जो पंचकार्ड यन्त्र का उत्पादन करती थी । * सन् 1924 में इसका नाम 'इण्टरनेशनल बिजनेस मशीन' (International Business Machine-IBM) हो गया ।	* इसका प्रयोग 1890 की जनगणना में किया गया था ।
मार्क -1 (Mark-1)	हावर्ड आइकन	1930	* यह विश्व का प्रथम पूर्ण स्वचालित विद्युत यान्त्रिक गणना यन्त्र था । * इसमें इंटरलॉकिंग पैनल के छोटे गियर, काउण्टर, स्विच और नियन्त्रण सर्किट होते थे। * डेटा मैन्युअल रूप से Enter किया जाता है । * संचयन के लिए मैग्नेटिक ड्रम प्रयोग किए जाते थे।	* इसका प्रयोग गणनाएँ करने में किया जाता था ।
एनिएक (ENIAC) (Electronic Numerical integrator and Calculator)	जे पी एकर्ट और जॉन मौचली ।	1946	* यह बीस Accumulators का एक संयोजन है । * इसमें 18000 वैक्यूम ट्यूब्स लगी थी । * यह पहला डिजिटल कम्प्यूटर था ।	* इसका प्रयोग प्राइवेट फर्मों, इंजीनियर्स रिसर्च एसोसिएशन और IBM में किया गया था ।
एडसैक (EDSAC) (Electronic Delay Storage Automatic Calculator)	मौरिस विल्कस	1949	* यह पहला प्रोग्राम संग्रहित डिजिटल कम्प्यूटर था। * यह वर्गों के पहाड़ों की भी गणना कर सकता था। * यह मर्करी डिलेय लाइनस का प्रयोग मैमोरी और वैक्यम ट्यूब का प्रयोग लॉजिक के लिए करता था।	* 1950 में, एम वी विल्कस और व्हीलर ने जीन आवृत्तियों (Gene Frequencies) से संबधित डिफरेंशियल (Differential)

MATHEMATICS

सरलीकरण (Simplification)

सरलीकरण के अंतर्गत हम दिए गये आंकडों को सरल रूप में प्रदर्शित करते है जैसे कि आंकडे भिन्न में, दशमलव में, बट्टे में, घात में तथा Mathematical operation को हल करके या रूप बदल के किया जाता है ।

- यदि कुछ संख्या पर भिन्न–भिन्न प्रकार के operation दिये हो तो हम उसे कैसे हल करे कि प्रश्न का उत्तर सही आये उसके लिये एक Rule होता है जिसे हम VBODMAS का Rule कहते है ।
- हम पहले कौनसा operation करे यह VBODMAS का Rule तय करता है।



- इन सभी गणितीय क्रियाओं में सबसे पहले V है जिसका मतलब Viniculum (रेखा कोष्ठक) है। यदि प्रश्न में रेखा कोष्ठक है तो सर्वप्रथम उसे हल करेंगे और उसमें फिर (BODMAS) Rule कार्य करेगा।
- द्वितीय स्थान पर B (Bracket) मतलब कोष्ठक है जो निम्न हो सकते है–
  1. छोटा कोष्ठक ( )
  2. मंझला कोष्ठक { }
  3. बडा कोष्ठक [ ]
- सबसे पहले छोटा कोष्ठक, फिर मंझला कोष्ठक और उसके बाद बडा कोष्ठक हल किया जाता है।
- तृतीय स्थान पर "O" है जो कि "of" या "order" से बना है, जिसका मतलब ''गुणा'' से या ''का'' से होता है।
- चतुर्थ स्थान पर "D" है जिसका मतलब "Division" है, दिए गये व्यंजन में भिन्न–भिन्न क्रियाओं में सबसे पहले भाग करते यदि दिया है तो।
- पंचम स्थान पर "m" है जिसका मतलब "multiplication" है, दिये गए व्यंजन में "Division" के बाद "multiplication" (गुणा) करेंगे।
- छठा स्थान "A" रखता है जो "Addition" (जोड) से संबंधित है Division-multiplication के बाद Addition क्रिया होती है।
- सप्तम स्थान पर "S" है जो "Subtraction" घटाव से बना है,

  इस प्रकार भाग ⇨ गुणा ⇨ जोड ⇨ घटाव क्रिया क्रमशः घटित होती है।

उदाहरण ⇨ 8-[7-{6-(5-4-1)}] का मान क्या होगा–

(A) 4 (B) 5
(C) 7 (D) 8

हल:–
यहां VBODMAS के अनुसार–
प्रथम चरण ⇨ रेखीय कोष्ठक ⇨ 4-1 = 3 होगा
द्वितीय चरण ⇨ छोटा कोष्ठक ⇨ (5-3) = 2 होगा
तृतीय चरण ⇨ मंझला कोष्ठक ⇨ {6-2} = 4 होगा
चतुर्थ चरण ⇨ बडा कोष्ठक ⇨ [7-4) = 3 होगा
अब शेष है ⇨ 8-3 = 5
अतः विकल्प (B) सत्य होगा ।

उदाहरण ⇨ सरल करो –

15x12+16÷8-14=?

(A) 172 (B) 180
(C) 168 (D) 165

हल:–

15x12+16÷8-14

I Step ⇨ Division ⇨ 15x12+16÷8 -14

= 15x12+2-14

II Step ⇨ Multiplication⇨ 15x12+2-14

= 180+2-14

III Step ⇨ Addition ⇨ 180+2 -14

= 182-14

IV Step ⇨ Subtraction ⇨ 182-14

= 168

अतः विकल्प (C) सही है।

समांतर श्रेणी, गुणोत्तर श्रेणी, हरात्मक श्रेणी

समान्तर श्रेणीः– संख्याओं की एक ऐसी सूची है जिसमें प्रत्येक पद अपने पूर्व पद में एक निश्चित संख्या जोडने पर प्राप्त होता है, को समांतर श्रेणी कहते है ।

समान्तर श्रेणी का **n** वाँ पदः–

$a_n = a+ (n-1) d$

जहाँ n = पदों की संख्या

a = प्रथम पद

d = सार्व अन्तर

समान्तर श्रेणी के प्रथम **n** पदों का योगः–

1. $S = \frac{n}{2}+[2a+ (n-1) \times d]$

जहाँ, S = समान्तर श्रेणी के प्रथम n पदों का योग है।

a = समान्तर श्रेणी का प्रथम पद है।

d = समान्तर श्रेणी का सार्व अंतर है।

n = समान्तर श्रेणी के पदों की संख्या है।

2. $S = \frac{n}{2} (a+l)$

L = समान्तर श्रेणी का अंतिम पद L है ।

उदाहरणः 1–

अनुक्रम 7, 10, 13..... का 10 वाँ पद ज्ञात कीजिए तथा सभी 10 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

(A) 34, 205 (B) 38, 306

(C) 37, 105 (D) 89, 30

उत्तर – $a_n = a+(n-1) d$

यहाँ,

a = 7

n = 10

d = (10-7) = 3

a_{10} ⇨ 7+(10-1) x 3

⇨ 7+27 = 34

इस श्रेणी के सभी 10 पदों का योग

$S = \frac{n}{2} [2a+(n-1) d]$

$= \frac{10}{2} [2x7+(10-1)x3]$

= 5 [14+27]

= 5x41

= 205 Ans.

गुणोत्तर श्रेणीः– संख्याओं की एक ऐसी श्रेणी जिसके किन्हीं दो क्रमागत पदों का अनुपात अचर (constant) हो। इस नियत संख्या को 'सार्व अनुपात' कहते है।

$a, ar, ar^2, ar^3 ..... ar^{n-1}, ar^n$

गुणोत्तर श्रेणी का n वाँ पदः–

$a_n = ar^{n-1}$

जहाँ n = पदों की संख्या

a = प्रथम पद

r = सार्व अनुपात

गुणोत्तर श्रेणी का **n** पदों का योगः–

$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$, when r>1

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$, when r<1

जहाँ n = पदों की संख्या

a = प्रथम पद

r = सार्व अंतर

उदाहरण: 2–

गुणोत्तर श्रेणी 5, 10, 20, 40..... का 10 वां पद ज्ञात करें तथा सभी 10 पदों का योग ज्ञात करें।

(A) 2560, 51115 (B) 2410, 6100

(C) 2420, 3540 (D) 2700, 5600

उत्तर – a = 5

सार्वअनुपात (r) = $\frac{a_2}{a}$ = $\frac{10}{5}$ = 2

गुणोत्तर श्रेणी का 10 वॉ पद

$a_n = ar^{n-1}$

$a_{10} = 5x2^{(10-1)}$

$= 5x2^9$

= 5 x 512 = 2560 Ans.

गुणोत्तर श्रेणी के सभी 10 पदों का योग

$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ r > 1

$S_{10} = \frac{5(2^{10}-1)}{2-1} = 5x1023$

= 5115 Ans.

हरात्मक श्रेणी:– किसी समान्तर श्रेणी के पदों के व्युत्क्रम से बनी श्रेणी को हरात्मक श्रेणी कहते हैं।

$= \frac{1}{a}, \frac{1}{(a+d)}, \frac{1}{(a+2d)}, \frac{1}{a(a+3d)} \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{1}{[a+(n-1)d]}$

उदाहरण: 3–

हरात्मक श्रेणी $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$..... का 20 वॉ पद ज्ञात कीजिए ।

(A) $\frac{1}{42}$ (B) $\frac{1}{42}$

(C) $\frac{1}{36}$ (D) $\frac{1}{38}$

उत्तर –

यहॉ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$ = हरात्मक श्रेणी में है

तो 2, 4, 6, 8 = समान्तर श्रेणी में होगा

समान्तर श्रेणी का n वॉ पद

$a_n = a+ (n-1)d$

a = 2, n = 20, d = 4 - 2 = 2

$= a_{20} = 2+ (20-1)x2$

= 2+38 = 40 Ans.

अतः $\boxed{\frac{1}{a_{20}} = \frac{1}{40}}$

अभ्यास प्रश्न हल-सहित

Type – (1)

BODMAS पर आधारित प्रश्न

(1) $34 \div 17 \times 2 + 4$ का मान क्या है ?
(a) 8 (b) 16
(c) 5 (d) 6

उत्तर – (a)
व्याख्या –

$$34 \div 17 \times 2 + 4 = \frac{34}{17} \times 2 + 4$$
$$= 2 \times 2 + 4$$
$$= 4 + 4 \Longrightarrow 8$$

(2) $0.77777 + 0.7777 + 0.777 + 0.77 + 0.7 + 0.07$ के मान की गणना कीजिए ?
(a) 3.86274 (b) 3.80247
(c) 3.85274 (d) 3.87247

उत्तर – (d)

व्याख्या –

$0.77777 + 0.7777 + 0.777 + 0.77 + 0.7 + 0.07$

$= 7(0.11111 + 0.1111 + 0.111 + 0.11 + 0.1 + 0.01)$

$= 7(0.54321 + 0.01)$

$= 7(0.55321) = 3.87247$

(3) यदि $x[-2\{-4(-a)\}] + 5\,[-2\{-2(-a)\}] = 4a$, तो $x =$?

(a) -2 (b) -3
(c) -4 (d) -5

उत्तर – (b)
व्याख्या –

$x[-2\{-4(-a)\}] + 5\,[-2\{-2(-a)\}] = 4a$

$x[-2 \times 4a] + [-20a] = 4a$

$x[-8a] - [20a] = 4a$

$-8ax = 20a + 4a$

$$\therefore x = \frac{24a}{-8a} = -3$$

(4) $9 - [8 - \{7 - (6 - 1)\}]$ को सरल कीजिए।
(a) 6 (b) 1
(c) 7 (d) 3

उत्तर – (d)

व्याख्या –

$9 - [8 - \{7 - (6 - 1)\}]$

$= 9 - [8 - \{7 - 5\}]$

$= 9 - [8 - 2]$

$= 9 - 6 = 3$

(5) यदि $3^x - 3^{x-1} = 486$ तो x का मान क्या होगा ?
(a) 9 (b) 5
(c) 6 (d) 7

उत्तर – (c)

व्याख्या –

$3^x - 3^{x-1} = 486$

$$3^x - \frac{3^x}{3} = 486$$

$$\frac{3^{x+1} - 3^x}{3} = 486$$

$$\frac{3^x(3-1)}{3} = 486$$

$$3^x \times \frac{2}{3} = 486$$

$$3^x = \frac{486 \times 3}{2} = 729$$

या $3^x = 3^6$

घातों की तुलना करने पर

$$x = 6$$

(6) यदि $5\sqrt{5} \times 5^3 \div 5^{\frac{-3}{2}} = 5^{a+2}$ है तो, a का मान क्या है ?

(a) 4 (b) 5
(c) 6 (d) 8

उत्तर – (a)
व्याख्या –

$$5\sqrt{5} \times 5^3 \div 5^{\frac{-3}{2}} = 5^{a+2}$$

$$\frac{5 \times 5^{\frac{1}{2}} \times 5^3}{5^{\frac{-3}{2}}} = 5^a \times 5^2$$

$$\therefore 5^a = \frac{(5)^{1+\frac{1}{2}+3}}{5^{-\frac{3}{2}} \times 5^2} = 5^{\frac{3}{2}+3+\frac{3}{2}-2} = 5^{3+1} = 5^4$$

$$\therefore 5^a = 5^4$$

घातों की तुलना करने पर $a = 4$

(7) यदि $5^{12} \times 125 \div 15625 = 3125 \times 25^?$ तो ? का मान ज्ञात कीजिए ।

(a) 4 (b) 3
(c) 2 (d) 1

उत्तर – (c)
व्याख्या –

$$5^{12} \times 125 \div 15625 = 3125 \times 25^?$$

$$= \frac{5^{12} \times 5^3}{5^6} = 5^5 \times (25)^?$$

$$\therefore \quad 25^? = \frac{5^{12+3}}{5^6 \times 5^5} = \frac{5^{15}}{5^{11}}$$

$$25^? = 5^{15-11} = 5^4$$

$$25^? = (25)^2$$

दोनों पक्षों के आधार समान है इसलिए घातें भी समान होंगी। घातों की तुलना करने पर

$$\therefore \quad ? = 2$$

(8) $34 \div 17 \times 2 + 4$ का मान क्या है ?

(a) 8 (b) 16
(c) 5 (d) 6

उत्तर – (a)
व्याख्या-

$$34 \div 17 \times 2 + 4 = \frac{34}{17} \times 2 + 4$$
$$= 2 \times 2 + 4$$
$$= 4 + 4 = 8$$