Toppersnotes

Unleash the topper in you

IIT - JEE

JEE MAIN & ADVANCED

NATIONAL TESTING AGENCY

भौतिक विज्ञान

भाग – 3

SIERRA INNOVATIONS

विषय सूची

वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र

आवेश →

$\oplus$ $\ominus$

वस्तु से e- का क्षय — हानि

वस्तु पर e- का लाभ

गुणधर्म → • समान आवेश एक दूसरे को प्रतिकर्षित व विपरित आवेश एक दूसरे को आकर्षित करते है।

• आवेश का क्वांटीकरण → किसी वस्तु पर कुल आवेश e के आवेश का गुणांक होता है।

$$Q = \pm ne \quad , \quad n = 0, 1, 2, 3.$$
$$e = 1.6 \times 10^{-19} C$$

• आवेशों की योगात्मकता → किसी वस्तु पर कुल आवेश उस वस्तु के भिन्न-भिन्न बिंदुओं पर रखे आवेशों का योग होता है।

q_1, q_2, q_3, q_n

$$Q = q_1 + q_2 + \cdots + q_n$$

• आवेशों का संरक्षण → एक विलगित निकाय का कुल आवेश सदैव नियत रहता है तथा इसे न तो नष्ट व न ही उत्पन्न किया जा सकता है। इसे केवल एक वस्तु से दुसरी वस्तु पर स्थानांतरित किया जा सकता है।

• charge is discrete in nature →

• आवेश द्रव्यमान के बिना exist नहीं कर सकता है परंतु द्रव्यमान आवेश के बिना exist करता है।

• आवेश असापेक्षिक (Non-Relativistic) होता है। अर्थात आवेश गति के साथ परिवर्तित नहीं होता है।

आवेशन →

① घर्षण द्वारा आवेशन → घर्षण द्वारा
↓
वस्तुओं के मध्य ऊष्मा

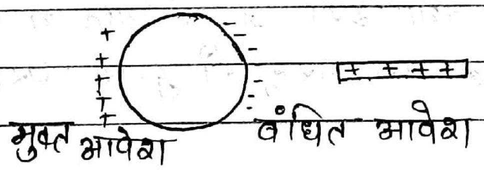
जो वस्तु ऊष्मा प्राप्त करेगी।
→ e^- दान
→ ⊕ धनावेशित

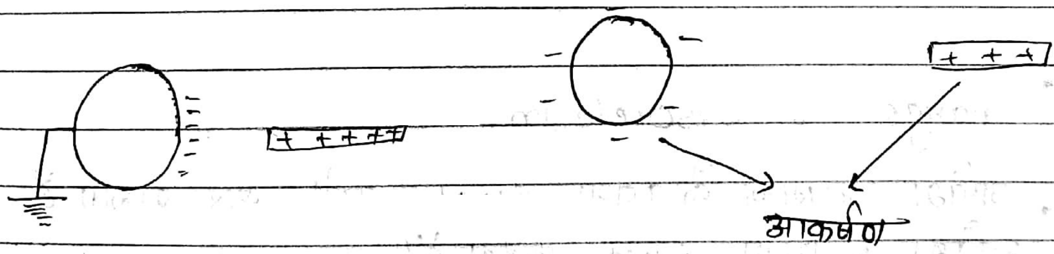
दूसरी वस्तु
→ e^- लाभ
→ ⊖ ऋणावेशित

आकर्षण

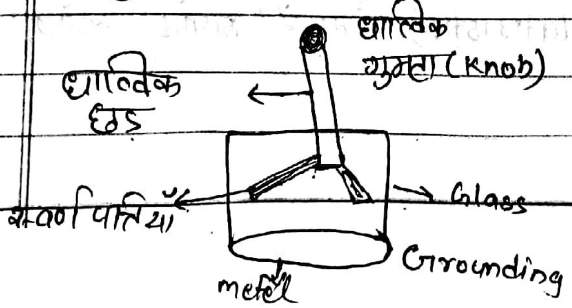
② चालन द्वारा आवेशन → • जब एक उदासीन वस्तु को पहले से आवेशित दूसरी वस्तु के संपर्क में लाया जाता है तब उनके मध्य उनका विभव समान होने तक आवेशों के साझा के कारण पहली वस्तु समान आवेश द्वारा आवेशित हो जाती है।
• इस प्रकार आवेशित वस्तुओं में हमेशा प्रतिकर्षण होगा।

③ प्रेरण द्वारा आवेशन → बिना संपर्क के





स्वर्णपत्ती विद्युतदर्शी → किसी वस्तु पर आवेश की जाँच के लिए उपकरण



आवेश का विश्लेषण → पत्तियों के मध्य फैलाव या संकुचन से।

Note ① पहले से अनावेशित विद्युतदर्शी की घुमटे के नजदीक या उसके संपर्क मे किसी आवेशित वस्तु को लाने पर स्वर्ण पत्तियो पर सदैव प्रतिकर्षण के कारण फैलाव होगा।

② जब विद्युत दर्शी मे निर्वात हो व x किरणे जब इस पर आपतित होती है तब स्वर्णपत्तियों के आयनिकरण के परिणामस्वरूप उनपर धनात्मक आवेश आयेगा।

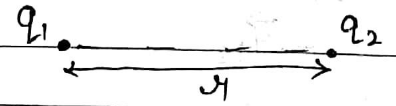
(a) तब पहले से ऋणात्मक रूप से आवेशित विद्युतदर्शी के case में उनके मध्य पहले संकुचन होगा व फिर फैलाव होगा।

(b) पहले से अनावेशित या धनात्मक रूप से आवेशित स्वर्णपत्तियों के case मे इनके मध्य और अधिक फैलाव होगा।

③ जब विद्युतदर्शी मे हवा हो तब विद्युतदर्शी पर x किरणे आपतित होने पर हवा के कणों के आयनिकरण के कारण पहले से आवेशित पत्तियों के मध्य सदैव संकुचन होगा।

प्रेरण का उपयोग → फॉटोकॉपी मशीन, परागण।

कुलाम वर्ग नियम → • बिंदु आवेश के लिए वैध।



$$f = \frac{kq_1q_2}{r^2} \qquad k = 9\times10^9 = Nm^2C^{-2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

ε - माध्यम की विद्युतशीलता

$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ C^2m^{-2}N^{-1}$

निर्वात की विद्युतशीलता

$\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ $\qquad$ ε_r = सापेक्षिक विद्युतशीलता

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\text{माध्यम की विद्युतशीलता}}{\text{निर्वात की विद्युतशीलता}}$$

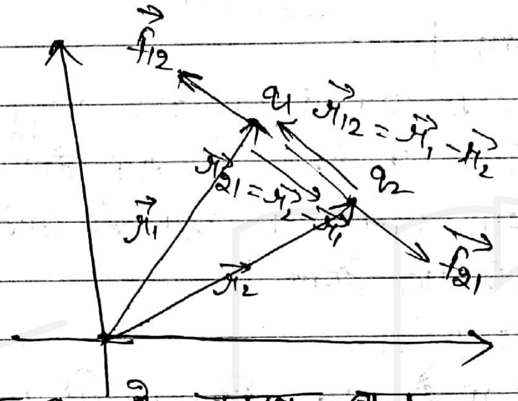
$\boxed{\epsilon_r = k = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$ K → परावैद्युतांक / सापेक्षिक विद्युत शीलता

$k = 1$ → निर्वात के लिए

$k > 1$ → अन्य माध्यम के लिए

$k = \infty$ → चालकों / धातुओं के लिए

सदिश रूप →



आवेश q_1 पर q_2 के कारण बल

$$\vec{F}_{12} = \frac{kq_1q_2}{|\vec{r}_{12}|}\hat{r}_{12} = \frac{kq_1q_2}{|\vec{r}_{12}|^3}\cdot\vec{r}_{12}$$

Similarly आवेश q_2 पर q_1 के कारण बल

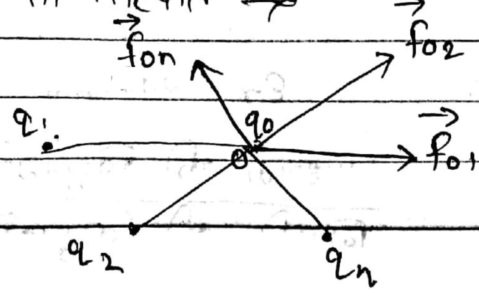
$$\vec{F}_{21} = \frac{kq_1q_2}{|\vec{r}_{21}|^2}\cdot\hat{r}_{21} = \frac{kq_1q_2\cdot\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|^3}$$

$\because \vec{r}_{21} = -\vec{r}_{12}$

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

कुलाम नियम न्यूटन के तृतीय नियम का पालन करता है।
या क्रिया - प्रतिक्रिया युग्म।

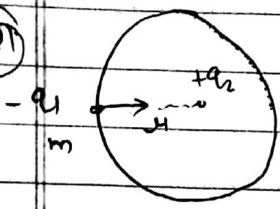
बलों का अध्यारोपण का सिद्धांत →



आवेश q_0 पर कुल बल

$$\boxed{f = \vec{f_{01}} + \vec{f_{02}} + \dots + \vec{f_{0n}}}$$

(ग)



$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$f = \frac{kq_1q_2}{r^2}$$

$$= \frac{2\pi r}{v}$$

$$f_c = f$$

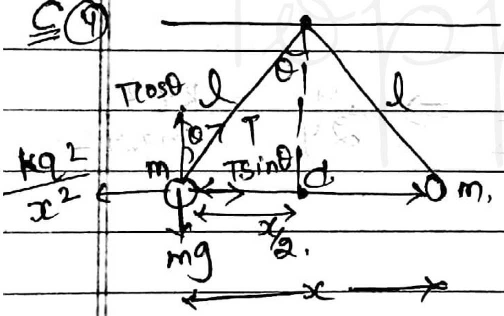
$$= \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}}} = 2\pi r\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 r}{q_1q_2}}$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$= \sqrt{\frac{16\pi^3\varepsilon_0 r^3 m}{q_1q_2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r m}}$$

Q (4)



$d << l$

$$T\sin\theta = \frac{kq^2}{x^2} \quad \text{--- (1)}$$

$$T\cos\theta = mg \quad \text{--- (2)}$$

(1) ÷ (2)

$$\tan\theta = \frac{kq^2}{mgx^2} \Rightarrow \frac{x}{2l} = \frac{kq^2}{mgx^2}$$

$$x^3 \propto q^2 \Rightarrow x^3 = cq^2 \quad \text{--- (1)}$$

diff. w.r.t. time.

$$3x^2 \cdot \frac{dx}{dt} = c \times 2q \cdot \frac{dq}{dt}$$

$$x^2 v = \frac{2c}{3}\, q\, \frac{dq}{dt}$$

आवेशों के रिसने की दर → नियत

$$\frac{dq}{dt} = c$$

$$\therefore \; x^2 v = c' q.$$

Squaring

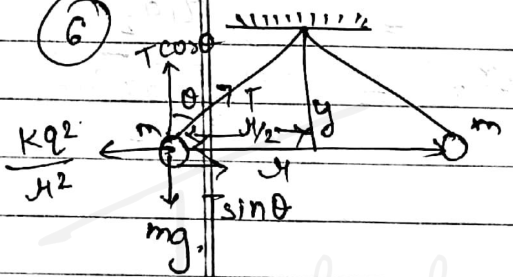
$$x^4 v^2 = c'' q^2 \quad \text{--- (2)}$$

(2) ÷ (1)

$$x v^2 = c''' \Rightarrow v^2 \propto \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow v \propto \frac{1}{x^{1/2}}, \quad v \propto x^{-1/2}.$$

(6)



$$T\sin\theta = \frac{kq^2}{r^2} \quad \text{--- (1)}$$

$$T\cos\theta = mg \quad \text{--- (2)}$$

(1) ÷ (2)

$$\tan\theta = \frac{kq^2}{mgr^2} \Rightarrow \frac{r}{2y} = \frac{kq^2}{mgr^2}$$

$$r^3 \propto y.$$

$$\left(\frac{r'}{r}\right)^3 = \frac{y'}{y} = \frac{1}{2}.$$

$$\boxed{r' = \frac{r}{2^{3}}}$$

विद्युत क्षेत्र →

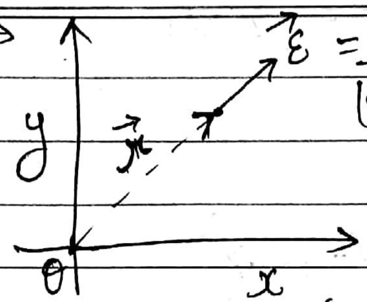
Q · ——— r ——— · P q (परीक्षण आवेश)

Q के कारण बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र

$$E = \frac{F}{q}$$

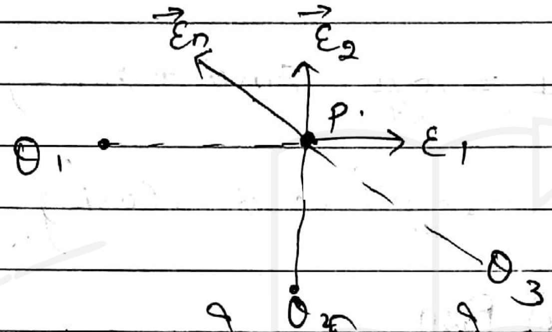
$$\boxed{E = \frac{kQ}{r^2}}$$ विद्युत आवेश का विद्युत क्षेत्र

सदिश रूप →



$$\vec{E} = \frac{kq}{|\vec{r}|^2}\hat{r} = \frac{kq}{|\vec{r}|^3}\vec{r}$$

आवेशो के निकाय द्वारा विद्युत क्षेत्र →
(अध्यारोपण का सिद्धांत)



बिंदु P पर कुल या नेट विद्युत क्षेत्र

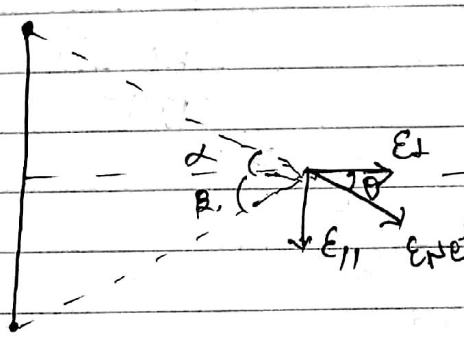
$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n}$$

सतत आवेश वितरण → closely packed charges.

रेखीय आवेश वितरण	पृष्ठीय आवेश वितरण	आयतनिक आवेश वितरण
↓	↓	↓
रेखीय आवेश घनत्व	पृष्ठीय आवेश घनत्व	आयतन आवेश घनत्व / आवेश घनत्व
$\lambda = \frac{Q}{l}$	$\sigma = \frac{Q}{A}$	$\rho = \frac{Q}{V}$
eg → आवेशित तार, वलय	eg → आवेशित चकती,	eg → कुचालक गोला, घन

समरूप आवेशित तार के कारण विद्युत क्षेत्र →

$\lambda \rightarrow$ रेखीय आवेश घनत्व



$$E_\perp = \frac{k\lambda}{r}(\sin\alpha + \sin\beta)$$

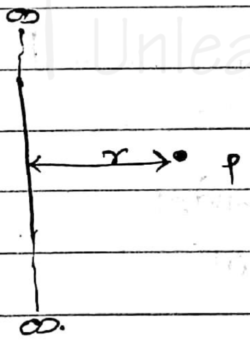
$$E_{\parallel} = \frac{k\lambda}{r}(\cos\alpha - \cos\beta)$$

$\vec{E}$ की दिशा

$$\tan\theta = \frac{E_{\parallel}}{E_\perp}$$

विशेष परिस्थितियाँ →

Case-I अनंत लम्बा समरूप आवेशित तार

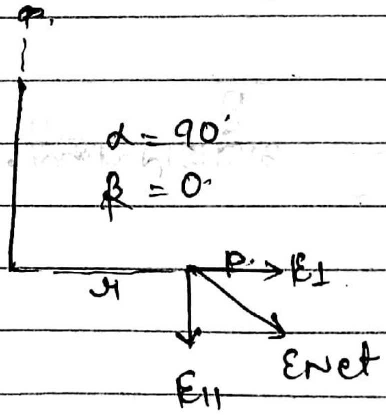


$$\alpha = \beta = 90^\circ$$

$$E_\perp = \frac{2k\lambda}{r}$$

$$E_{\parallel} = 0$$

Case-II अर्द्ध अनंत तार (अनंत लम्बे तार के सिरे के नजदीक)



$\alpha = 90^\circ$
$\beta = 0^\circ$

$$E_\perp = \frac{k\lambda}{r}$$

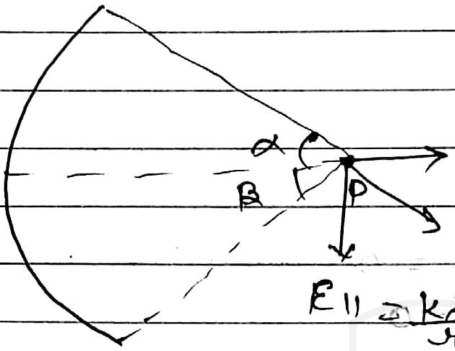
$$E_{\parallel} = \frac{k\lambda}{r}$$

$$E = \sqrt{E_\perp^2 + E_{\parallel}^2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\,k\lambda}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{E_\perp}{E_{\parallel}} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

समरुप आवेशित वृत्ताकार तार के भाग द्वारा उसके केंद्र पर वि॰ क्षेत्र →



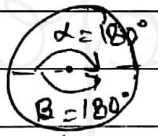
$$E_\perp = \frac{k\lambda}{r}(\sin\alpha + \sin\beta)$$

$$E = \sqrt{E_\perp^2 + E_{\parallel}^2}$$

$$E_{\parallel} = \frac{k\lambda}{r}(\cos\alpha - \cos\beta)$$

विशेष परिस्थितियाँ →

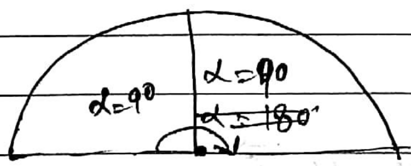
Case-I — पूर्ण वृत्त के केंद्र पर $\vec{E}$



$$E_\perp = 0, \quad E_{\parallel} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{E = 0}$$

Case-II अर्द्धवृत्ताकार तार

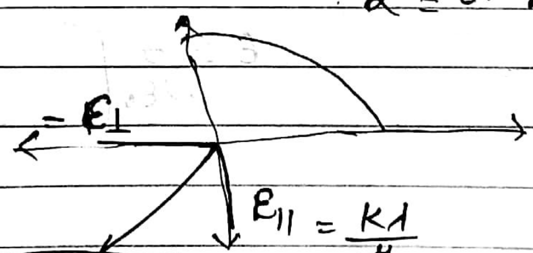


$$E_\perp = \frac{2k\lambda}{r} \qquad E_{\parallel} = 0$$

$$E_{Net} = \frac{2k\lambda}{r}$$

Case-III चतुर्थांश

$$\alpha = 0^\circ \quad \beta = 90^\circ$$



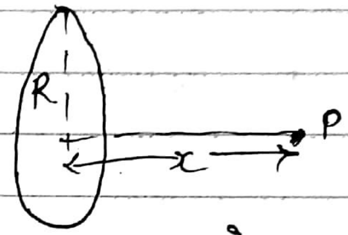
$$\frac{k\lambda}{r} = E_\perp$$

$$E_{\parallel} = \frac{k\lambda}{r}$$

$$E = \sqrt{E_\perp^2 + E_{\parallel}^2}$$

$$= \sqrt{2}\frac{k\lambda}{r}$$

समरूप आवेशित वलय के अक्ष पर E



$$E = \frac{kQx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

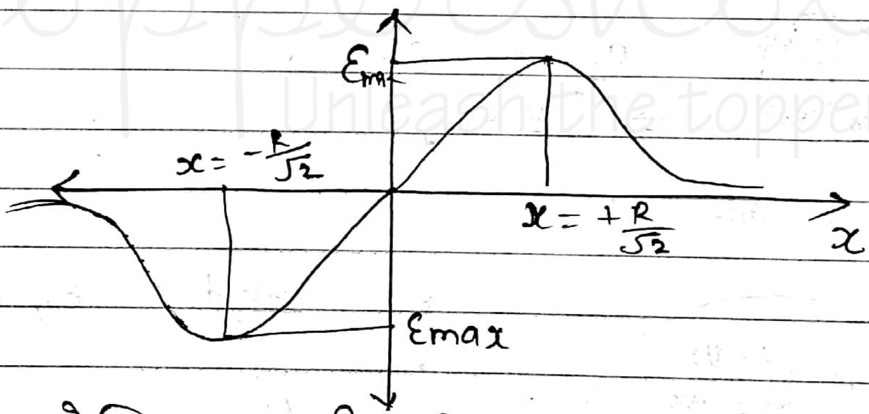
Q = कुल आवेश

वलय के केंद्र पर $\rightarrow$ $x = 0$

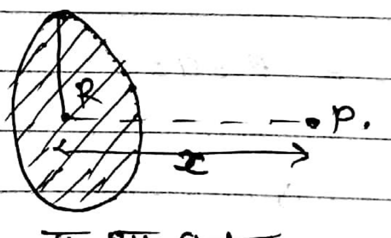
$\Rightarrow E = 0$

विद्युत क्षेत्र का अक्ष पर अधिकतम मान वाली स्थिति -

$$\boxed{\frac{dE}{dx} = 0} \Rightarrow \boxed{x = \pm\frac{R}{\sqrt{2}}}$$



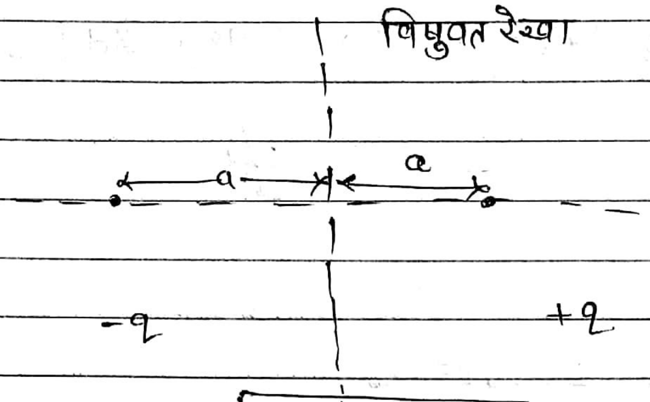
समरूप आवेशित चकती के अक्ष पर E



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]$$

σ = पृ. आ. घनत्व

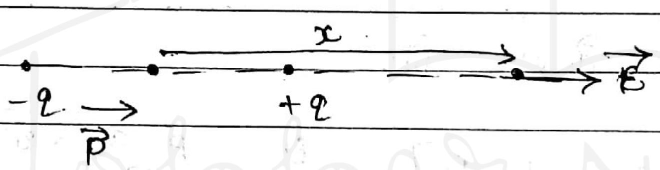
द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र →



द्विध्रुव आघूर्ण → दिशा -q से +q की तरफ

$$\boxed{p = q \times 2a}$$

अक्ष पर -



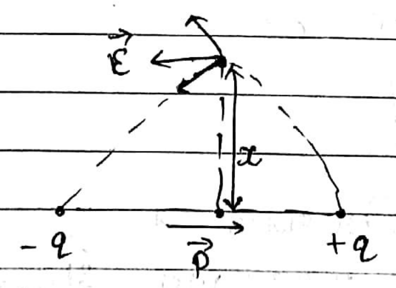
$$\boxed{\vec{E} = \frac{2k\vec{p}x}{(x^2-a^2)^2}}$$

सदैव $\vec{E}$, $\vec{p}$ की दिशा मे

लघु द्विध्रुव → $(a << x)$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{2k\vec{p}}{x^3}}$$

विषुवत पर -



$$\boxed{\vec{E} = \frac{-k\vec{p}}{(x^2+a^2)^{3/2}}}$$

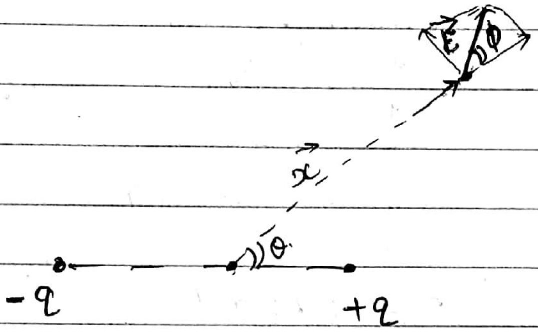
सदैव $\vec{E}$, $\vec{p}$ के विपरित

लघु द्विध्रुव $(a << x)$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{-k\vec{p}}{x^3}}$$

द्विध्रुव का विद्युत क्षेत्र -

→ यादृच्छिक बिंदु पर लघु द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र ! -



वि० क्षेत्र परिमाण -

$$E = \frac{kP}{x^3}\sqrt{3\cos^2\theta + 1}$$

$\vec{E}$ का स्थिति सदिश $\vec{x}$ के साथ कोण ϕ

$$\boxed{\tan\phi = \frac{\tan\theta}{2}}$$

$\theta \rightarrow \vec{P}$ व स्थिति सदिश $\vec{x}$ के बीच कोण

लघु द्विध्रुव के अक्ष पर →

$\theta = 0^\circ$ या 180°

$\cos\theta = \pm 1$

$$E = \frac{2kP}{x^3}$$

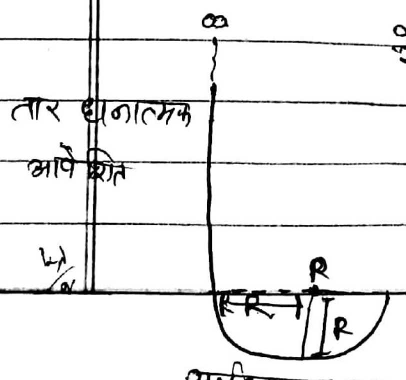
लघु द्विध्रुव की विषुवत पर →

$\theta = 90^\circ$

$\cos\theta = 0^\circ$

$$\boxed{E = \frac{kP}{x^3}}$$

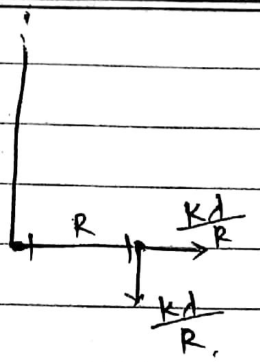
Que

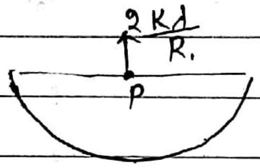


रेखीय आवेश घनत्व $= \lambda$

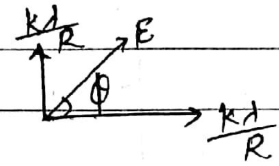
बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र ज्ञात करो ?

⇒





⇒



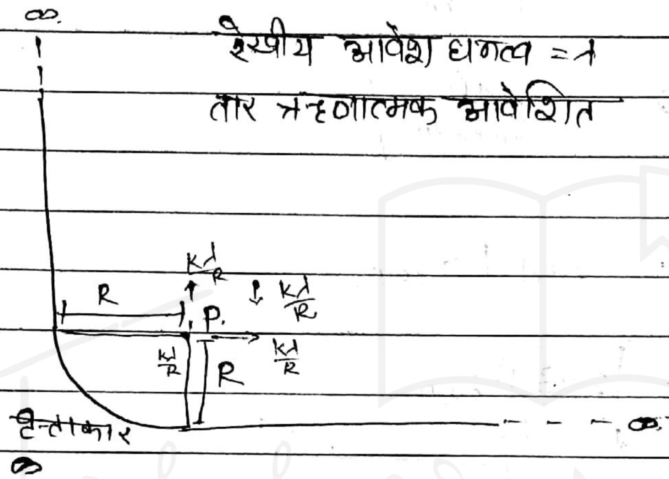
$$\boxed{E = \sqrt{2}\,\frac{k\lambda}{R}}$$

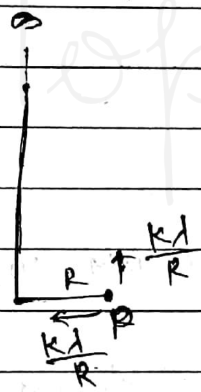
Que

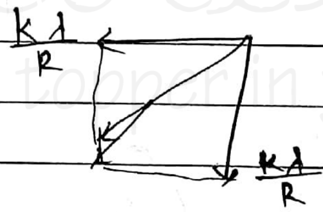
रेखीय आवेश घनत्व = λ

तार ऋणात्मक आवेशित

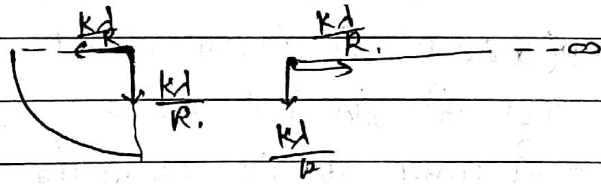
बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र ज्ञात करो?







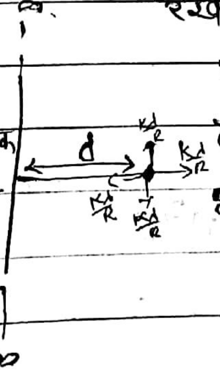
$\sqrt{2}\,\frac{k\lambda}{R.}$



Que रेखीय आवेश घनत्व = λ

यदि एक कण (द्रव्यमान = m व आवेश = Q) तार के चारों तरफ वृत्तीय गति करता है, तब कण की कक्षीय चाल व आवृत्ति ज्ञात करो?

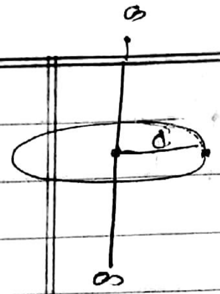
तार धनात्मक आवेशित



$E = \frac{KQ\lambda}{R}$

$N / 2\pi R$

⇒



अभि. बल = विद्युत बल

$$\frac{mv^2}{d} = QE$$

$$\frac{mv^2}{d} = Q\,\frac{2k\lambda}{d}$$

$$v = \sqrt{\frac{2k\lambda Q}{m}}$$

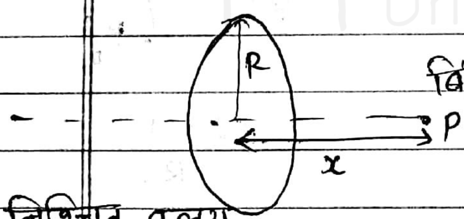
कक्षीय चाल $\boxed{v = \frac{\lambda Q}{2\pi\epsilon_0 m}}$

आवृतकाल $$T = \frac{2\pi d}{v} = 2\pi d\sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0 m}{\lambda Q}}$$

$$= \sqrt{\frac{8\pi^3 d^2 \epsilon_0 m}{\lambda Q}}$$

आवृति $$f = \frac{1}{T} = \sqrt{\frac{\lambda Q}{8\pi^3 d^2 \epsilon_0 m}}$$

Que



निश्चित वलय
आवेश = Q

बिंदु कण (आवेश - Q व द्रव्यमान = m)

यदि कण को वलय के अक्ष पर बिंदु P($x << R$) से विराम से छोड़ा जाए तब

(1) कण की गति कैसी होगी?

(2) कण को P से वलय के केंद्र तक पहुँचने में कितना समय लगेगा?

⇒

$$F = QE$$

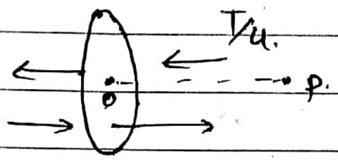
$$= Q \times \frac{kQx}{(x^2+R^2)^{3/2}} = \frac{kQ^2x}{(x^2+R^2)^{3/2}} \qquad x << R$$

$$\boxed{F = \frac{kQ^2x}{R^3}}$$

$F \propto x$

गति → SHM.

आवृत्तकाल

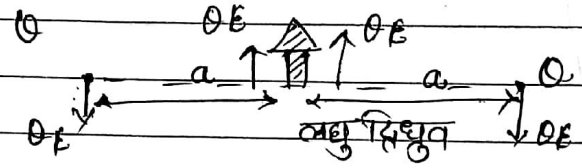


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{mR^3}{KQ^2}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mR^3}{Q^2}}$$

$$t_{PO} = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mR^3}{Q^2}}$$

Que



द्विध्रुव आघूर्ण = p

द्विध्रुव पर आवेशो के कारण लगने वाला नेट बल ज्ञात करो?

→ ~~f = KQ~~ द्विध्रुव पर बल

$$= 2QE$$

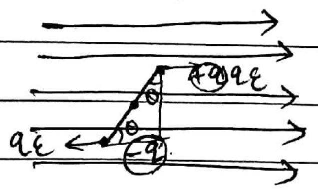
$$= 2Q \times \frac{KP}{a^3}$$

$$= \frac{2KPQ}{a^3}$$

बाह्य विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव →

विद्युत क्षेत्र

समरूप | असमरूप



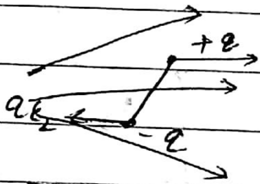
$\boxed{f_{net} = 0}$ नेट बल शून्य होगा

$\tau_{net} = r_\perp F$
$= 2a\sin\theta \times qE$

$\boxed{\tau = pE\sin\theta}$

$\boxed{\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}}$

बलाघूर्ण → may or may not zero



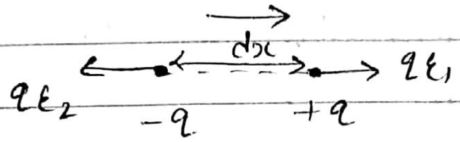
$\boxed{f_{net} = q(E_2 - E_1)}$

$\boxed{f_{net} \neq 0}$ नेट बल अशून्य

बलाघूर्ण – may or may not zero

असमरूप विद्युत क्षेत्र मे लघु द्विध्रुव पर बल-

$$F = q(E_2 - E_1)$$



$$\boxed{F = q\,dE}$$

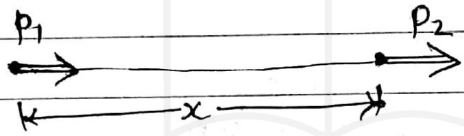
$$= q \cdot dx \cdot \frac{dE}{dx}$$

$$\boxed{F = p \cdot \frac{dE}{dx}}$$

दो लघु द्विध्रुवो के मध्य बल -

समाक्षीय लघु द्विध्रुव

Case - I



2 पर 1 के कारण बल

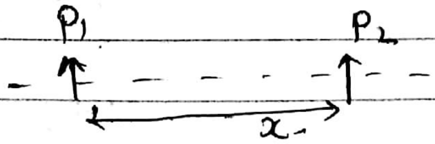
$$f_{21} = P_2 \frac{dE_1}{dx}$$

$$\because E_1 = \frac{2kP}{x^3} \Rightarrow \frac{dE_1}{dx} = \frac{-6kP}{x^4}$$

$$\therefore \boxed{f_{21} = \frac{-6kP_1P_2}{x^4}}$$

$$\boxed{f_{21} = F_{12} = \frac{-6kP_1P_2}{x^4}}$$

Case - II समान विषुवत पर रखे द्विध्रुव -



$$\boxed{F = \frac{3kP_1P_2}{x^4}}$$