Toppersnotes
Unleash the topper in you

IIT - JEE

JEE MAIN & ADVANCED

NATIONAL TESTING AGENCY

गणित

भाग – 4

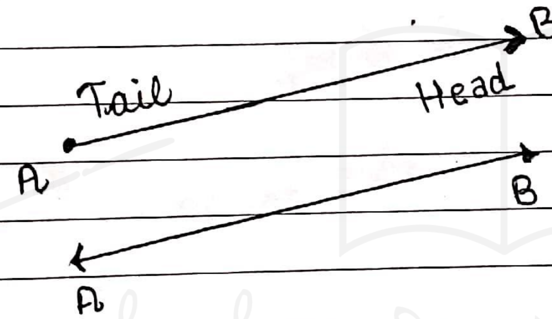
SIERRA INNOVATIONS

विषय सूची

सदिश बीजगणित

वे भौ.राशिया जिन्हें व्यक्त करने के लिए परिमाण एवं दिशा चाहिए।

संकेत रूप में सदिश राशि को एक दिष्ट रेखाखण्ड तथा $\overrightarrow{AB}$ द्वारा denot करे।



$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$

$\overrightarrow{BA} = -\vec{a}$

$|\vec{a}|$, सदिश $\vec{a}$ के परिमाण या मापक को denot करेगा।

Important Defination :-

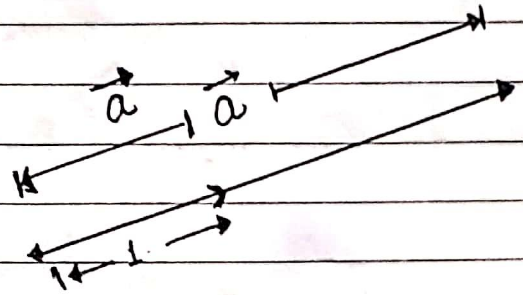
शून्य सदिश :→ वह सदिश जिसका परिमाण शून्य हो तथा दिशा अनिर्धारित हो।

0 , $\vec{0}$, $\overrightarrow{AA}$

$\boxed{\vec{a} + 2 \nRightarrow \text{Meaning less.}}$

$\boxed{\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}}$

(2) **Unit Vector** → किसी दी गई दिशा में इकाई परिमाण का सदिश।



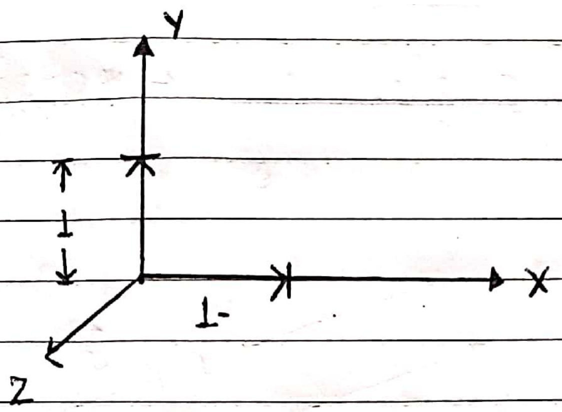
यदि $\vec{a}$ एक सदिश है तो इसकी दिशा में इकाई सदिश को $\hat{a}$ से denot करें।

तथा।

$$\boxed{\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}}$$

NOTE

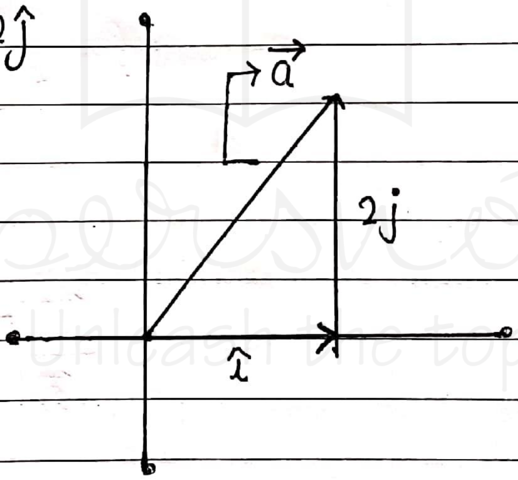
(1). $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ क्रमशः x, y, z अक्षरों की दिशा में इकाई सदिश को denot करते हैं।



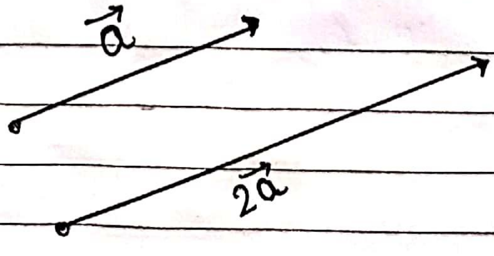
2. $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2 j + a_3\hat{k}$

तो $|\vec{a}| = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2}$

$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$



3. एक दिए गए सदिश को किसी +ve सादिश राशि से गुणा करने पर उस सादिश का परिमाण सादिश राशि से गुणा हो जाता है but दिशा no change.



? **Question →**

$\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$

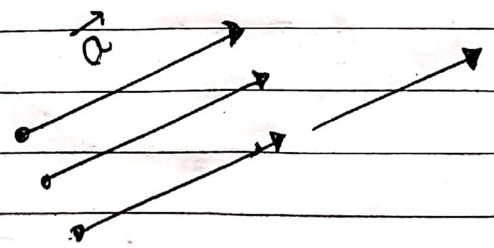
$\vec{a}$ की दिशा में वह सदिश जिसका परिमाण 3 हो।

$\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \sqrt{4+9+36} = 7$

$\hat{a} = \frac{2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}}{7}$

$= \vec{A} = 3\left(\frac{2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}}{7}\right)$

3 **समान सदिश →** दो सदिश समान होंगे यदि उनके परिमाण एवं दिशा समान हो तथा दोनो एक ही भौतिक राशि को निरूपित करे।



NOTE

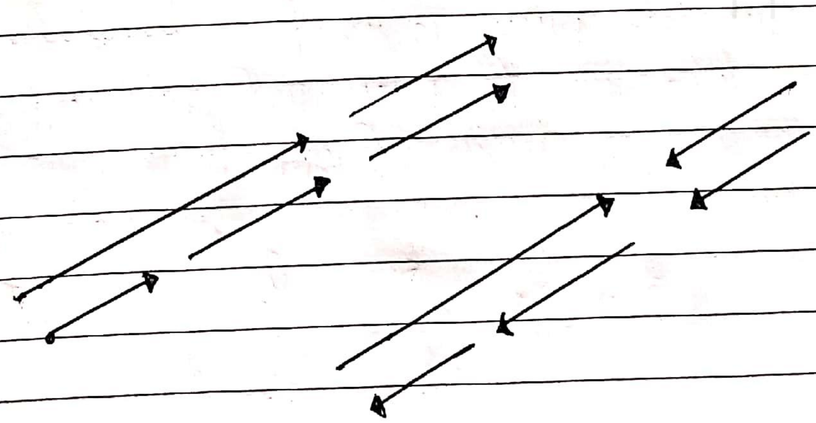
दो सादिश $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$

समान सादिश कहलाते है यदि

$a_1 = b_1$ तथा $a_2 = b_2$ तथा $a_3 = b_3$

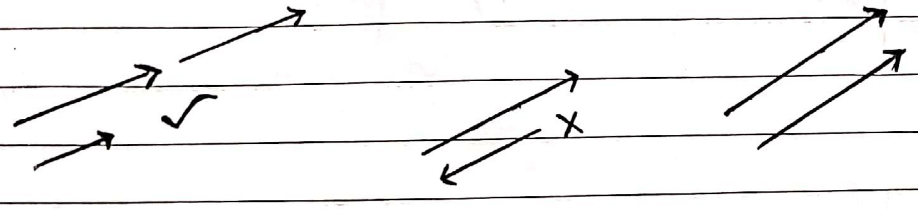
(4.) **संरेखीय या समान्तर सादिश :→**

दो या दो से अधिक सादिश संरेखीय या समान्तर सादिश कहलाते हैं यदि प्रत्येक सादिश का दिष्ट रेखाखण्ड समान्तर हो तथा या सभी सादिशों के सहारे समान्तर हो।



(5.) **समदिश सादिश :→** (समान दिशा वाले) (Like Vector)

वे संरेखीय सदिश जिनकी दिशा समान हो चाहे परिमाण कुछ भी हो।



समान सदिश सदैव समदिश सदिश होते है।

(6.) असमदिशा सदिश (unlike Vector) वे संरेखीय सदिश जिनकी दिशाऐं परस्पर विपरित हो चाहे परमाणु कुछ भी हो।

NOTE

यदि दो सदिश $\vec{a}$ व $\vec{b}$ संरेखीय हो तो

$\vec{a} = \lambda \vec{b}$ λ is a scalar

$\lambda = 0, \bar{a} = 0$

$\lambda \to +ve$, समदिश

$\lambda \to -ve$, असदिश

Toppersnotes
Unleash the topper in you

अर्थात् सादिश

$\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ तथा

$\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$ समान्तर हो तो

$$a_1/b_1 = a_2/b_2 = a_3/b_3$$

$$a_1 = \lambda b_1,\ a_2 = \lambda b_2,\ a_3 = \lambda b_3$$

? **Question :-**

x and y का वो मान = ? जिसके लिए वो सादिश

$\vec{a} = (x+2)\hat{i} - (x-y)\hat{j} + \hat{k}$ तथा

$\vec{b} = (x-1)\hat{i} + (2x+y)\hat{j} + \hat{k}$, के समान्तर हो।

So, condition of ||

$$a_1/b_1 = a_2/b_2 = a_3/b_3$$

$$\frac{x+2}{x-1} = \frac{(y-x)}{2x+y} = 1/2$$

$2x+4 = x-1$

$\boxed{x=-5}$

$2y-2x = 2x+y$

$\boxed{y=-20}$

Toppersnotes
Unleash the topper in you

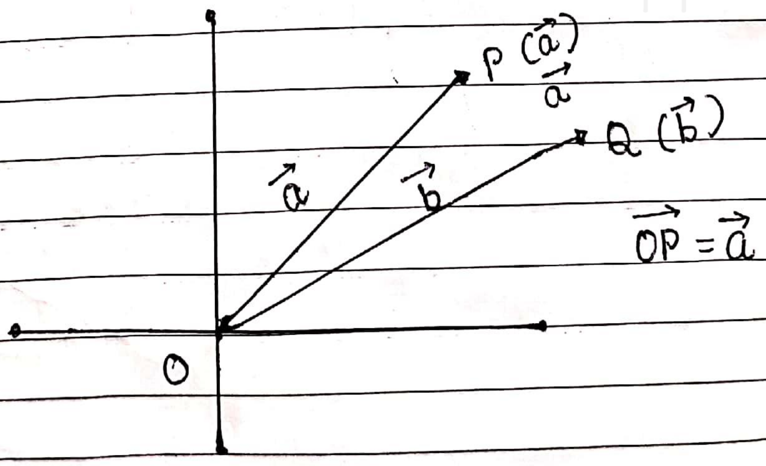
(7.) समतलीय सदिश :→
3 या 3 से अधिक सदिश समतलीय कहलाते हैं यदि उन सभी के सहारे एक ही समतल के || हो या एक ही समतल में स्थित हो चाहे उनके परिमाण कुछ भी हो।

NOTE

⇒ Two Vectors are in a plane always.

⇒ दो सदिश सदैव समतलीय होते हैं।

(8.) स्थिति सदिश →
यदि किसी point P का मूल point O के सापेक्ष स्थिति सदिश $\vec{a}$ हो तो means $\vec{OP} = \vec{a}$

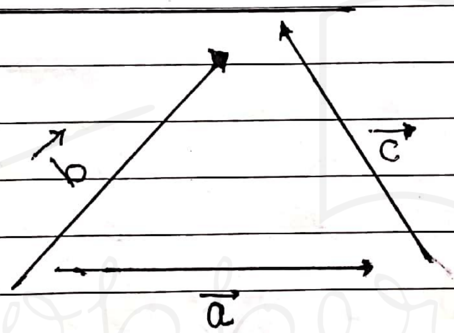


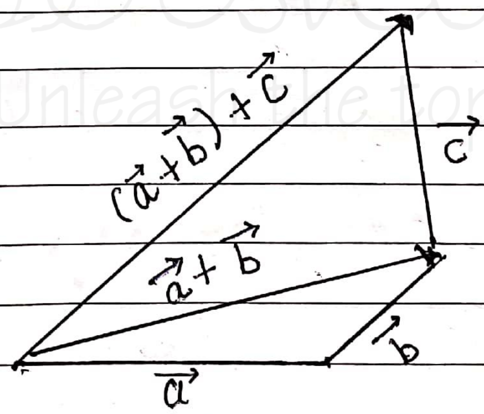
दो सदिशों का योगफल :→

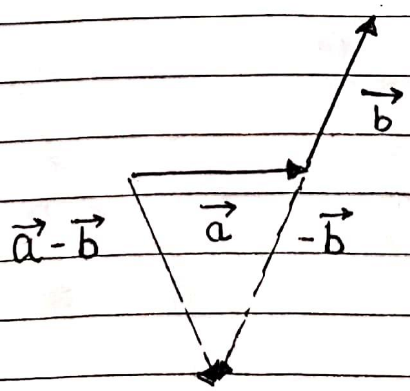
दो सदिश को Δ या समान्तर चड योग नियम द्वारा जोड़ सकते है।

(i) Δ law of Addition :→ In this rule head of one vector joint tai

⇒ other Vector.

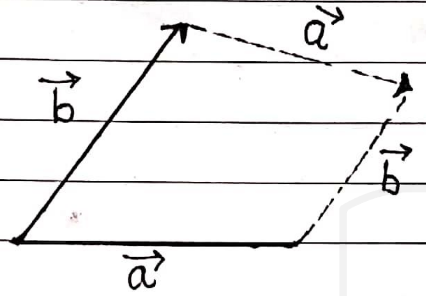


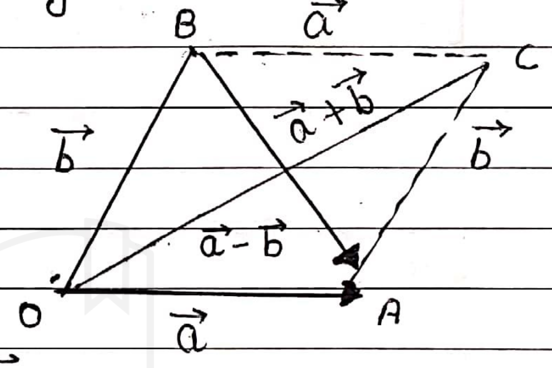




(2.) योग का समान्तर चतुर्भुज Rule :-

In this rule we joint tail of two vector then form a parlogram.





$$\vec{OB} + \vec{BA} = \vec{OA}$$
$$\vec{BA} = \vec{a} - \vec{b}$$

PROPERTY OF SUM

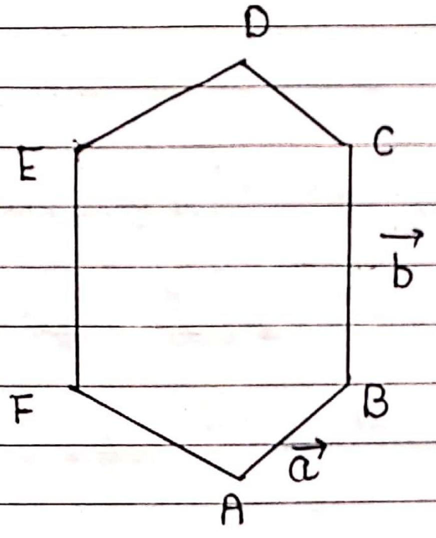
1.) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

2.) $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$

3.) $\vec{a} + \vec{o} = \vec{a}$

? **Question :→**

यदि ABCDEF एक समषट्भुज है जिसमे $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$, हो तो $\vec{AD}$, $\vec{CE} + \vec{AF} = ?$

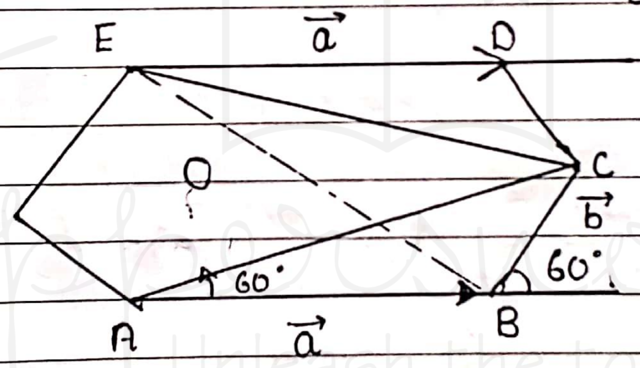


$\boxed{\vec{AD} = 2\vec{BC} \;|\; = 2\vec{b}}$

$\vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD}$

$\vec{CD} = 2\vec{b} - (\vec{a} + \vec{b})$

$\vec{b} - \vec{a}$



$\vec{CD} + \vec{DS} = \vec{CE}$

$\vec{b} - \vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{CE}$

$\boxed{\vec{CE} = \vec{b} - 2\vec{a}}$

$\vec{CD} = \vec{BO}$

$\vec{BO} : ??$

$\vec{AF} = \vec{BO}$

$\vec{BA} + \vec{AO} = \vec{BO}$

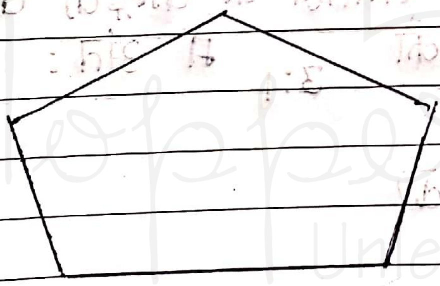
$\vec{a} + \vec{b} = \vec{BO}$

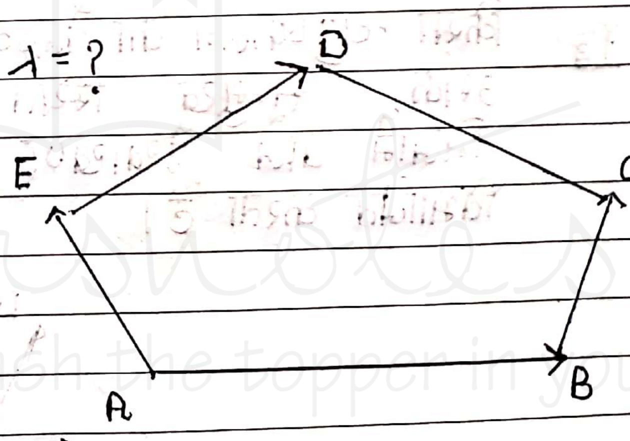
$\vec{BO} = \vec{b} - \vec{a} = \vec{CD}$

$\boxed{\vec{AF} : \vec{b} - \vec{a}}$

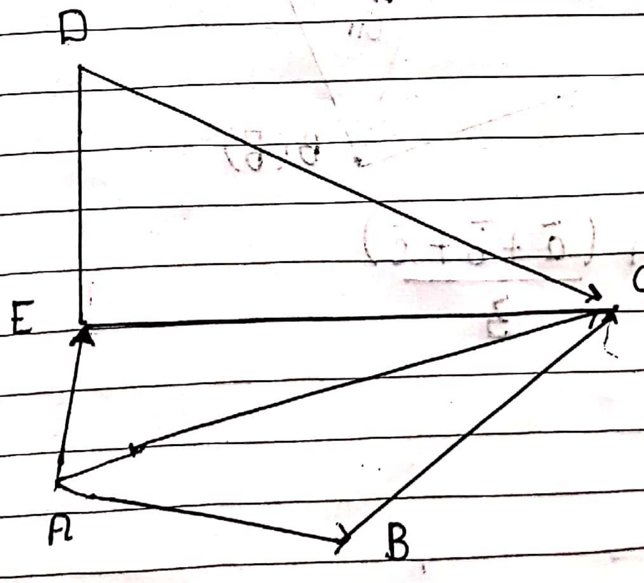
? Question :→

यदि ABCDE एक पंचभुज है तथा यदि $\vec{AB} + \vec{AE} + \vec{BC} + \vec{ED} + \vec{DC} = \lambda \vec{AC}$ तो $\lambda = ?$





$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$



$$\underbrace{\vec{AC} + \vec{AE} + \vec{EC}}_{\vec{AC}} = \lambda\vec{AC}$$

$$2\vec{AC} = \lambda\vec{AC}$$

$$\boxed{\lambda = 2}$$

Position Vector

यदि points P & Q के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a}$ & $\vec{b}$

हो तो $\vec{PQ} = \vec{b} - \vec{a}$

= Head का P.V − Tail का P.V

$\boxed{\vec{PQ} = \vec{Q} - \vec{P}}$ $|\vec{PQ}| = |\vec{b} - \vec{a}|$ = Distance formula.

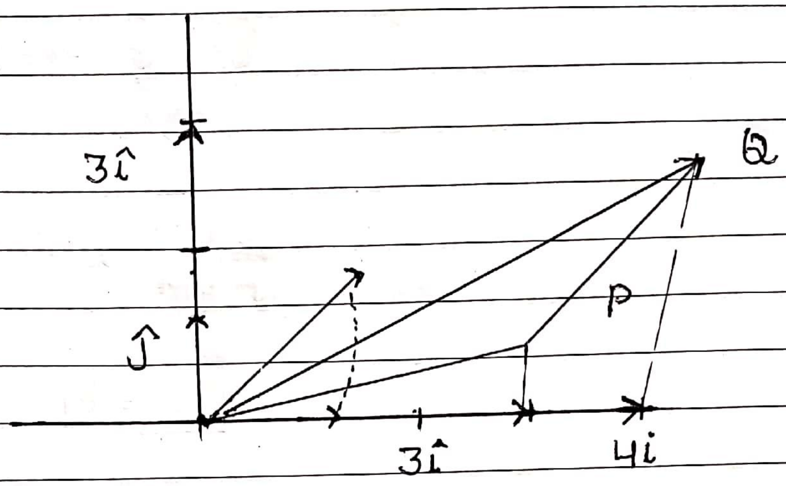
Question :-

यदि points P & Q के Position Verb, क्रमशः :

$3\hat{i}+\hat{j}$ तथा $4\hat{i}+5\hat{j}$ हो तो $\vec{PQ} = ?$

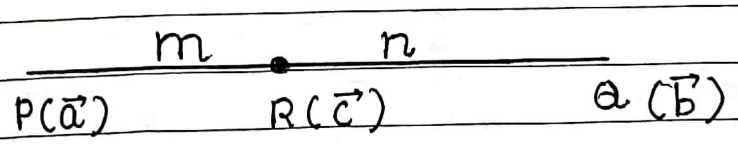
$$\vec{PQ} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{i} - \hat{j}$$

$$\boxed{\vec{PQ} = \hat{i} + 2\hat{j}}$$

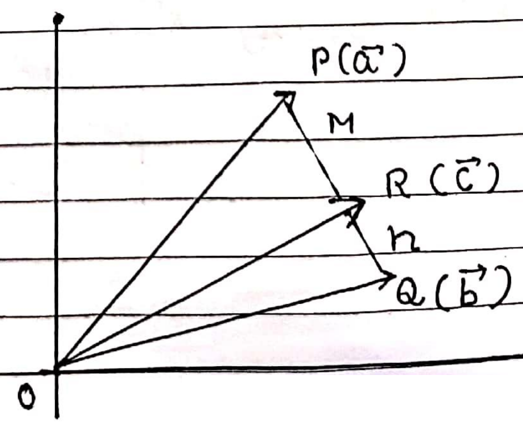


Section formula :-

यदि points P व Q के स्थिति सादिश क्रमशः : $\vec{a}$ व $\vec{b}$ हो तो PQ को m:n में अंतः विभाजित करने वाले किसी point R ($\vec{c}$) का P.V. निम्न सूत्र द्वारा find करें।



$$\vec{c} = \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m+n}$$



$$l_{PR} = \frac{m|\vec{PQ}|}{(m+n)}$$

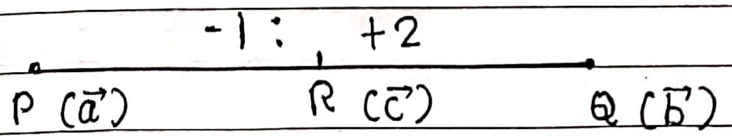
$$\vec{PR} = \frac{m(\cancel{\vec{PQ}})}{m+n} \qquad \frac{\vec{PQ}}{|\cancel{\vec{PQ}}|} = \vec{PR}$$

$$\vec{OP} + \vec{PR} = \vec{OR}$$

$$\vec{a} + \left(\frac{M}{M+N}\right)\underbrace{\vec{PQ}}_{\vec{b}-\vec{a}} = \vec{c}$$

? **Question:→**

points $P(2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k})$ तथा $Q(\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k})$ को 1:2 में बाह्य विवरण करने वाले R का P.V = ?



$$\vec{c} = \frac{2\vec{a}-\vec{b}}{1} = 4\hat{i}-2\hat{j}-2\hat{k}-\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{c} = 3\hat{i}-\hat{j}-4\hat{k}}$$