



मध्य प्रदेश पुलिस
कांस्टेबल

THE PROFESSIONAL EXAMINATION BOARD (PEB)

भाग – 3

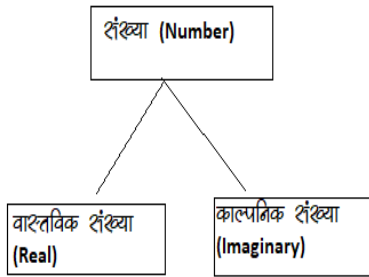
संख्यात्मक अभियोग्यता



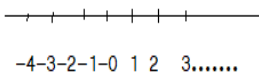
विषय सूची

1. संख्या पद्धति	1
2. लघुत्तम समापवर्त्य	7
3. सरलीकरण	16
4. प्रतिशतता	37
5. लाभ-हानि	44
6. बट्टा	50
7. साधारण व्याज	57
8. चक्रवृद्धि व्याज	65
9. मिश्रण	73
10. औंसत	89
11. अनुपात और समानुपात	99
12. कार्य और समय	115
13. चाल, समय और दूरी	126
14. पाइप और टंकी	141
15. नाव और धारा	145
16. क्षेत्रमिति	150
17. ज्यामिति	175
18. बीज गणित	217
19. प्रायिकता	232
20. श्रायु	240
21. साझेदारी	247
22. ऊंचाई और दूरी	255

संख्या पद्धति (Number System)



जिन्हें प्रदर्शित किया जा सकता है वर्गमूल ऋणात्मक संख्याओं का number line में

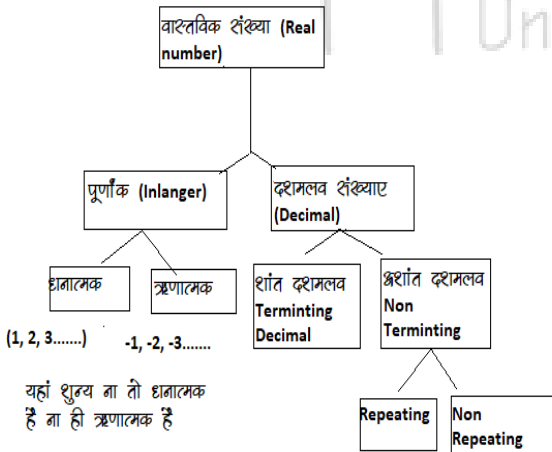


$$\sqrt{-21}, \sqrt{-1} = i$$

❖ सम्मिश्र संख्याएँ Complex Number (z)-
वास्तविक + काल्पनिक

$$Z = a + bi$$

जहाँ a = वास्तविक संख्या
b = काल्पनिक संख्या



शांत दशमलव:- वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे- इसे 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है।

अशांत दशमलव:- वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद चलते हैं। ये दो तरह के हो सकते हैं।

0.3333, 0.7777, 0.183183183.....

पुनरावृत्ति
Repeating

○ जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनन्त तक इसे भिन्न में लिखा जा सकता है।

Non
Repeating
Decimal

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति में Repeat नहीं करती।

Platform में
प्रदर्शित नहीं
कर सकते

उदाहरण- 0.3187098312715.....

$$\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}$$

❖ अशांत पुनरावृत्ति दशमलव संख्याएँ :-

1. $0.3333..... = 60.3 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

2. $0.666..... = 0.6 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

3. $0.387387387..... = 0.387 = \frac{387}{999} = \frac{43}{111}$

4. $0.848484..... = 0.84 = \frac{84}{99} = \frac{28}{33}$

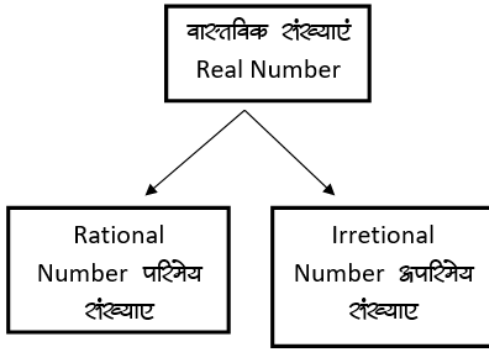
❖ परिमेय (Rational) संख्याएँ:- वह संख्याएँ जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है लेकिन Q जहाँ शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए।

उदाहरण $2/3, 4/5, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$

❖ अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ:- इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

उदाहरण $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26} \dots$

❖ पहले से बाद में -



P/Q form में प्रदर्शित किया जाता है

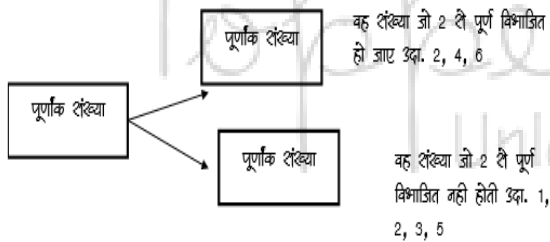
जहां q ≠ 0, P और q पूर्णांक हैं।

P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता, उदा.

$\sqrt{3}$

❖ प्राकृतिक संख्याएं → धनात्मक संख्याएं (1, 2, 3.....)

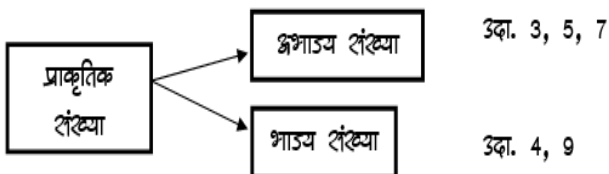
❖ पूर्ण संख्याएं → शून्य+ धनात्मक पूर्णांक (0, 1, 2, 3.....)



❖

➤ शून्य भी एक संख्या है।

- ❖ एक ± एक → एक संख्या (4+6 → 10)
- एक ± विषम → विषम संख्या (4+5 → 9)
- विषम ± विषम → एक संख्या (3+5 → 8)
- ❖ एक X विषम → एक संख्या (2X3 → 6)
- ❖ एक X एक → एक संख्या (4X4 → 16)
- ❖ विषम X विषम → विषम संख्या (3X3 → 9)



➤ अभाज्य संख्याएं- वह संख्या जो सिर्फ 1 व स्वयं संख्या से विभाजित होती है। जैसे- 5
1x5 (only गुणनखण्ड)

➤ भाज्य संख्याएं- जो संख्याएं अभाज्य नहीं हैं यानी उनके दो से अधिक गुणनखण्ड होंगे। जैसे- 9
1x3x3 (तीन गुणनखण्ड)

➤ अभाज्य संख्याएं (Prime Numbers)- जिसके सिर्फ दो form ही- 1xसंख्या
जैसे- {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.....}

जहां 1 Prime Number नहीं है।

2 केवल एक Prime संख्या है।

3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।

1-50 तक कुल 15 Prime Number हैं।

51-100 तक कुल 10 Prime Number हैं।

अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number हैं।

➤ सह अभाज्य संख्याएं:- वह संख्याएं जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

Ex. (4,9), (15, 22), (39, 40)

➤ Perfect Number परफेक्ट संख्या:- वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर)

Ex. 6 → 1, 2, 3 यहां → 1+2+3 → 6

28 → 1, 2, 4, 7, 14 → 1+2+4+7 → 28

➤ प्रत्यक्ष मान और स्थानीय मान:-

Ex. 24175321

यहां 7 → का प्रत्यक्ष मान → 7 होगा

स्थानीय मान → 70000 होगा

अंक के बाद जिसकी अंको की संख्या उतने शून्य रख दो।

इकाई का अंक (Unit Digit Method)

यदि किसी संख्या का इकाई का अंक निम्न है तो घात बड़ी होने पर इकाई का अंक होगा-

$$(__ 0)^n - 0$$

$$(__ 1)^n - 1$$

$$(__ 5)^n - 5$$

$$(__ 6)^n - 6$$

उदाहरण. 420

538

$$5 + 6$$

अतः → _____ (5+6) = _____ 1 Unit digit

And:-

$$(__ 4)^n \rightarrow n = \text{odd number तब } 4 \text{ (इकाई)}$$

$(__ 4)^n$ $n = \text{even number}$ तब 6
(इकाई)

$(__ 9)^n$ जहां $(n = \text{विषम}) \rightarrow 9$

$(__ 9)^n$ जहां $(n = \text{सम}) \rightarrow 1$

उदाहरण:- $(9)^{134} + (4)^{111} \rightarrow 1 + 4 = \text{होगा}$

Ans:-

$(2,3,7,8)^n$ इन्हें चार तरह के उत्तर हो सकते हैं।

1. $\frac{n}{4} = 1$ शेषफल क्रमशः (2,3,7,8)
2. $\frac{n}{4} = 2$ शेषफल क्रमशः (4,9,9,9)
3. $\frac{n}{4} = 3$ शेषफल क्रमशः (8,7,3,2)
4. $\frac{n}{4} = 0$ शेषफल क्रमशः (6,1,1,6)

उदाहरण:-

$$(259)^{146} - (123)^{43}$$

$$(9)^{146} - (3)^{43}$$

$$1 - (3)^3$$

$$1 - 7 = 6 \text{ or } -6 + 10 = 4$$

➤ **भाज्यता के नियम:-** निम्न संख्याओं से भाग देने पर पूर्ण जायेगा या नहीं

2 → जब संख्या का इकाई अंक 2 से पूर्ण भाजित हो तो संख्या भी पूर्ण विभाजित हो सकती है।

4 → आखिरी दो अंक 4 से भाजित होनी चाहिए

8 → आखिरी तीन अंक 8 से भाजित होने चाहिए

16 → आखिरी चार अंक 16 से विभाजित होने चाहिए

उदाहरण:-

संख्या 28754, संख्या 2 से पूर्ण विभाजित है या नहीं-

28754 में आखिरी अंक = $\frac{4}{2} = 2$ बार पूर्ण विभाजित है

अतः संख्या 28754 भी पूर्ण विभाजित होगी

3 → संख्या के सभी अंको का योग 3 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए

9 → संख्या के सभी अंको का योग 9 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए

उदाहरण:- 1

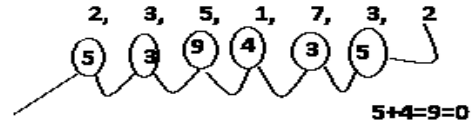
संख्या 2351732 को 9 से भाग करने पर शेषफल होगा →

$$\frac{2351732}{9}$$

Digit sum- $2 + 3 + 5 + 1 + 7 +$

$$3 + 2 = \frac{23}{9} = 5 \text{ शेषफल}$$

Digit sum → किसी संख्या के Digit (अंको) को जोड़ना जहां Sum $(9=0)$ होता है।



5 Digit Sum

5 → आखिरी अंक 5 से पूर्ण विभाजित हो

6 → 2×3 (सह अभाज्य संख्या)

→ 2 से भाजकता का नियम देखता है

→ 3 से भाजकता के नियम की जांच करता है।

उदाहरण:-

संख्या 2250, 18 से पूर्ण विभाजित होगी या नहीं जांच करो-

हम जानते हैं $18 \rightarrow 9 \times 2$

संख्या का digit sum

इसे भाजकता, जब इकाई अंक 2 से विभाजित हो

9 से विभाजित हो

अतः संख्या 2250, 18 से पूर्ण भाजित होगी।

➤ (7, 11, 13)

7 → संख्या का पीछे से 3-3 का जोड़ा बनायेंगे फिर उन जोड़ों का अंतर 7, 11, 13 से विभाजित होना चाहिए तो वे संख्याएँ 7, 11, 13 से विभाजित होगी।

11 → दी गयी संख्या में सम स्थान पर अंको का जोड़ा, विषम स्थान पर अंको के जोड़ा का अंतर या तो 0 हो या 11 हो तो वह संख्या 11 से पूर्ण भाजित होगी।

7 → संख्या का आखिरी अंक को 3 गुणा कर के शेष संख्या से घटा देगे, उत्तर अगर 7 से भाजित है तो संख्या भी होगी।

- यदि एक संख्या $467x893$ है जो 3 से पूर्ण विभाजित हो तो x का मान क्या हो सकता है-
3 के लिए:- हम जानते हैं कि संख्या के सभी अंकों का योग यदि 3 से भाज्य हो तो वह संख्या भी 3 से पूर्ण भाज्य होगी।

$467x893$

$$4+6+7+x+8+9+3 \rightarrow \frac{37+x}{3}$$

$$= \frac{1+x}{3} \text{ यहां } x \rightarrow 2, 5, 8 \text{ हो सकते हैं।}$$

अतः x के मान संभव हैं- 2, 5, 8

- यदि संख्या $875x321$ है जो 9 से पूर्ण विभाजित हो तो x का मान क्या हो सकता है-

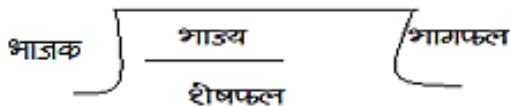
$875x321$

digit sum → $\frac{8+x}{9}$ → x के मान संभव हैं।

1 मान संभव है।

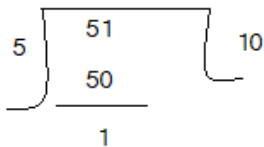
शेषफल प्रमेय

हम जानते हैं कि जब हम किसी संख्या में किसी संख्या का भाग लगाते हैं तो



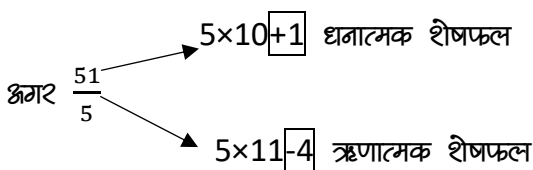
भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

उदाहरण:-



अतः $51 = 5 \times 10 + 1$ जहां 1 शेषफल है।

- शेषफल होगा भाजक से छोटा होता है।



इसी प्रकार शेषफलों का जोडा

❖ Format Theorem: $\frac{x^{p-1}}{p}$ जहां P एक prime number (x,p) Coprime number $\frac{x^{p-1}}{p} = 1$ शेषफल HCF (x,p)= 1

उदाहरण:-

➤ $\frac{30^{12}}{13} = \frac{x^{p-1}}{p} = 1$ शेषफल

➤ $\frac{64^{30}}{31} = 1$ शेषफल होगा

❖ 1.

$\frac{4^{2007}}{17} = \frac{(4^{16})^{125}}{17} \times 4^7$

$\frac{1 \times 4^7}{17} = \frac{4 \times 16 \times 16 \times 16^{-1}}{17} = 4 \text{ or } 13$

Type-II बड़ी घात को टुकड़ों में तोड़कर

➤ $\frac{ax+k^n}{a} = k^n$ (शेषफल)

➤ $\frac{ax+k^n}{a} = (-k)^n$ (शेषफल)

उदाहरण:-

1. $\frac{(25)^7}{24} = \frac{(24+1)^9}{24} = 1^9 =$ (शेषफल)

2. $\frac{(39)^{25}}{40} = \frac{(40-1)^{25}}{40} = (-1)^{25} = -1$ शेषफल या 39

होगा

जैसे को 7^{101} 48 में विभाजित किया जाये तो शेषफल होगा-

➤ $\frac{(7)^{101}}{48}$
 $\frac{4^n}{6}$ format में हमेशा शेषफल 4 ही होगा, (n>0)

पूर्ण वर्ग संख्या:-



Unit digit वर्ग के हो सकते हैं-

जो नहीं हो सकते

- | | |
|-----------|-----|
| ➤ 0 | 2 — |
| ➤ 1 | 3 — |
| ➤ 4 | 7 — |
| ➤ 5 or 25 | 8 — |
| ➤ 6 | |
| ➤ 9 | |

❖ किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे।

नोट:- अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवश्य याद होने चाहिए।

उदाहरण- कौनसी संख्या पूर्ण वर्ग होगी-

1. 21904
2. 22903
3. 21917
4. 35405

व्याख्या:- यहाँ unit digit किसी भी वर्ग का 3, 7 नहीं हो सकता और वर्ग के अंतिम में 5 आ सकता है लेकिन अकेला नहीं वह हमेशा 25 होगा।

अतः शेष विकल्प (1) सही होगा 21904 जो की 148 का वर्ग है।

Binary से decimel में बदलना :-

1. दी गई संख्या को इकाई अंक में r^0 से बढ़ते क्रम में गुणा कर योग करते हैं -

जैसे $(1100101)_2 \longrightarrow (?)_{10}$

यहाँ $(1100101)_2 \longrightarrow$

$$1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$64 + 32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1 = 101 \text{ Ans.}$$

2. $(1101)_2 \longrightarrow (?)_{10}$

$$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$8 + 4 + 0 + 1 = 13 \text{ Ans.}$$

अभ्यास प्रश्न हल सहित -

- 1 60 तथा 80 के बीच आने वाली सभी अभाज्य संख्याओं का योग कितना है ?
(a) 272 (b) 284
(c) 351 (d) 414

उत्तर - (c)

व्याख्या -

60 तथा 80 के बीच आने वाली सभी अभाज्य संख्याओं (Prime Numbers) का योग =
 $61 + 67 + 71 + 73 + 79 \Rightarrow 351$

- 2 5 से विभाज्य तीन क्रमागत प्राकृत संख्याओं का योग 225 है। उनमें सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है ?
(a) 85 (b) 75
(c) 70 (d) 80

उत्तर - (d)

व्याख्या -

माना तीन क्रमागत संख्याएं $x, x + 5 + 10$ हैं

प्रश्नानुसार

$$x + x + 5 + x + 10 = 225$$

$$3x = 225 - 15$$

$$3x = 210$$

$$x = \frac{210}{3} \Rightarrow 70$$

$$\therefore \text{बड़ी संख्या} = x + 10$$

$$= 70 + 10$$

$$= 80$$

- 3 यदि किसी संख्या में 21 को जोड़ा जाए, तो वह अपनी तिगुनी संख्या से 7 कम हो जाती है। तदनुसार वह संख्या कितनी है ?

- (a) 14 (b) 16
(c) 18 (d) 19

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना संख्या x है

प्रश्नानुसार

$$3x - 7 = x + 21$$

$$3x - x = 21 + 7$$

$$2x = 28$$

$$x = \frac{28}{2} \Rightarrow 14$$

- 4 यदि किसी संख्या में $\frac{1}{2}$ जोड़ दिया जाए और फिर उस योगफल को 3 से गुणा किया जाए, तो उत्तर 21 प्राप्त होता है। संख्या बताइए ?

- (a) 6.5 (b) 5.5
(c) 4.5 (d) -6.5

उत्तर - (a)

व्याख्या -

माना संख्या x है

प्रश्नानुसार

$$\left(x + \frac{1}{2}\right) \times 3 = 21$$

$$\left(\frac{2x + 1}{2}\right) \times 3 = 21$$

$$2x + 1 = 7 \times 2$$

$$2x = 14 - 1 \Rightarrow 13$$

$$x = \frac{13}{2} \Rightarrow 6.5$$

- 5 किसी संख्या का $\frac{4}{5}$ भाग उसके $\frac{3}{4}$ से 8 अधिक हो, तो संख्या क्या है ?

- (a) 130 (b) 120
(c) 160 (d) 150

उत्तर - (c)

व्याख्या -

माना संख्या x है

प्रश्नानुसार

$$x \text{ का } \frac{4}{5} = x \text{ का } \frac{3}{4} + 8$$

$$\frac{4x}{5} = \frac{3x}{4} + 8$$

$$\frac{16x - 15x}{20} = 8$$

$$\therefore x = 20 \times 8 \Rightarrow 160$$

LCM & HCF
लघुत्तम समापवर्त्य
(Least Common Multiple)

वह छोटी से छोटी संख्या जो दी गयी संख्याओं से पूर्णतया विभाजित हो, उन संख्या का ल.स.प. कहलाता है।

उदाहरण -

1. 5 → गुणज → 10, 15, 20, 25, 30, 35, ...
2. 6 → गुणज → 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...

यहाँ पहली संख्या 5, दूसरी संख्या 6 है, उन दोनों के गुणज में सबसे पहले 30 आती है तो दोनों से पूर्णतया विभाजित है। अतः यहाँ 30 ल.स.प. है।

Exp. संख्या 25, 35, 42 का ल.स.प. ज्ञात करें -

सबसे पहले दो संख्या के ल.स.प. लेते हैं।

25, 35 वही संख्या के गुणज देखते ही

175 सबसे छोटी संख्या से 25 से विभाजित हों।

अब 175 व 42 का ल.स.प. -

1050 जो भी 42 से पूर्ण विभाजित हों

अतः 25, 35, 42, का LCM - 1050 होगा।

नोट:

(1) जब कहा जाये की x, y, z के लिये वह छोटी से छोटी संख्या क्या होगी जिसमें भाग देने पर r शेष बच जाये,

- इसके लिए अन्तर होगा x, y, z का
 (Lcm + r)

(2) वह छोटी - छोटी संख्या जिसे x, y, z से भाग करने पर शेषफल क्रमशः a, b, c हों।

इसके लिये

$$\boxed{lcm(x, y, z) - K}$$

जहाँ

$$K = (x - a) = (y - b) = (z - c)$$

Exp. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करीं जिसे 25, 15, 30 से विभाजित करने पर शेषफल क्रमशः 21, 11, 26 बचें।

हल:

महत्तम समापवर्त्य (HCF) Highest Common Factor :-

दो या दो से अधिक संख्या का HCF वह सबसे बड़ी संख्या होती है जिसमें दी गयी सभी संख्याओं में पूर्ण भाग चला जाये।

उदाहरण -

12 1, 2, 3, 4, 6, 12
 16 1, 2, 4, 8, 16,

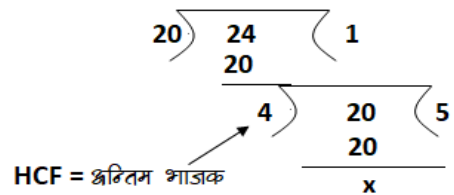
Highest Common Factor (HCF)

भाग विधि से HCF निकालना -

जैसे 20, 24 का HCF

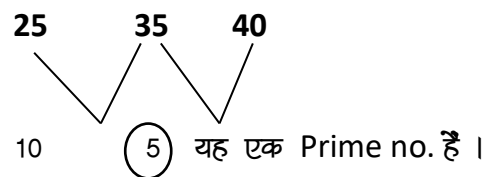
Step 1 - बड़ी संख्या में छोटी संख्या का भाग

Step 2 - शेषफल से भाजक



➤ हम ज्यादातर जानते हैं कि जब दो या दो से अधिक संख्याओं का HCF निकाला जाता है। तो वह संख्या उन संख्याओं के सबसे छोटे अन्तर के बराबर या factor होगी।

जैसे



अतः HCF = 5

Note –

वह सबसे बड़ी संख्या जो x, y, z , भाग देने पर शेषफल R देती है।

$$= HCF [(x - r), (y - r), (z - r)]$$

or

$$= HCF [(x - y), (y - z), (z - x)]$$

यहां सभी क्रमताल घनात्मक लेना है।

नोट:

वह सबसे बड़ी संख्या क्या होगी जिसका भाग x, y, z में देने पर शेषफल क्रमशः a, b, c बचें

$$= HCF [(x - a), (y - b), (z - c)]$$

उदाहरण - वह सबसे बड़ी संख्या क्या होगी जिसका भाग 29, 39 में देने पर शेषफल समान रहता है

- | | |
|-------|-------|
| (अ) 4 | (ब) 6 |
| (स) 8 | (द) 5 |

हल:



नोट: किसी भी संख्याओं के क्रमतर तथा क्रमतर के गुणनखण्डों के द्वारा भाग देने पर शेषफल समान रहता है।

भिन्न संख्याओं का LCM –

भिन्न संख्याओं का LCM निकालने के लिए अंशों का LCM तथा हरों का HCF निकालते हैं।

उदाहरण –

$$\frac{3}{14}, \frac{2}{9}, \frac{7}{20} \text{ का LCM}$$

अंश

$$LCM - (3, 2, 7) = 42$$

$$HCF - \text{हरों का } (14, 9, 20) = 1$$

$$\text{अतः } \frac{LCM(3, 2, 7)}{HCF(14, 9, 20)} = \frac{42}{1} \text{ Ans.}$$

भिन्न संख्याओं का HCF निकालना –

– भिन्न संख्याओं का HCF निकालने के लिए अंशों का HCF तथा हरों का LCM निकालेंगे।

उदाहरण –

$$\frac{3}{7}, \frac{2}{5}, \frac{5}{14} \text{ का HCF}$$

$$= \frac{HCF(3, 2, 5)}{LCM(7, 5, 14)} = \frac{1}{70} \text{ Ans.}$$

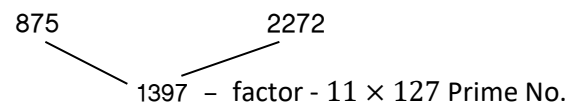
Exp. यदि दो संख्याओं का HCF 4 है और योग 36 है तो कितने जोड़े संख्याओं के सम्भव हैं –

$$= 4x + 4y = 36$$

$$x + y = 9$$

$$\left. \begin{array}{l} 1, 8 \\ 2, 7 \\ 3, 6 \\ 4, 5 \end{array} \right\} 3 \text{ जोड़े}$$

Exp. जब दो संख्याओं 875 व 2272 को एक 3 अंकी की संख्या से भाग देने पर शेषफल समान रहता है तो उन 3 अंकी का योग क्या होगा।



संख्या होगी – 127

$$\text{योग} - 1 + 2 + 7 = 10$$

दशमलव संख्याओं का LCM व HCF निकालना :-

दिया गया है – 0.6, 1.8, 0.36 का LCM या HCF – 1

हमेशा दी गयी संख्याओं को किसी एक ही संख्या से गुणा था कि भिन्न में बदलत ही –

जैसे – 100 से उपर नीचे गुणा करने पर

$$\frac{60}{100}, \frac{180}{100}, \frac{36}{100}$$

$$LCM = \frac{Lcm(60,180,36)}{Hcf(100,100,100)} = \frac{180}{100} = 1.8 \text{ Ans.}$$

$$HCF = \frac{HCF(60,180,36)}{LCM(100,100,100)} = \frac{12}{100} = 12 \text{ Ans.}$$

HCF और LCM से सम्बन्ध -

दो संख्याओं का LCM व HCF

Factor

1. $15 = 3 \times 5$
2. $18 = 2 \times 3 \times 3$

$$HCF = 3 - 3$$

$$LCM = 90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

यहाँ हम जानते हैं कि HCF व LCM में दोनों संख्याओं के मिलाकर सभी गुणनखण्ड आ गये हैं अतः हम कह सकते हैं की HCF व LCM था। गुणन दोनों संख्याओं के गुणन के बराबर है।

$$\boxed{HCF \times LCM = \text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या}}$$

उदाहरण - दो संख्याओं का म.स. 11 और ल.स. 693 है यदि एक संख्या 77 हो तो दूसरी संख्या ज्ञात करें।

$$LCM \times HCF = \text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या}$$

$$693 \times 11 = 77 \times x$$

$$\boxed{x = 99}$$

किसी दो संख्या का LCM, बड़ी संख्या का दुगुना है तथा छोटी संख्या व HCF का अन्तर 4 है। तो छोटी संख्या क्या होगी।

हम जानते हैं -

$$\boxed{HCF \times LCM = \text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या}}$$

$$= \frac{LCM}{B} = \frac{2}{1}, \text{ पहली संख्या} - HCF = 4$$

पहली संख्या A है। दूसरी संख्या B है।

$$= 2 \times HCF = \text{पहली संख्या} \times 1$$

पहली

$$= 2 HCF$$

$$= 2 (\text{पहली} - 4)$$

$$= 2 (\text{पहली संख्या}) - 8$$

$$\boxed{\text{पहली संख्या} = 8} \text{ Ans.}$$

Exp. दो संख्याओं का LCM, HCF का 28 गुना है।

दोनों संख्याओं के LCM व HCF का योग 1740 है। दूसरी संख्या ज्ञात करें यदि पहली संख्या 240 है।

दिया गया है।

यदि

$$HCF = n \text{ है तो}$$

$$LCM = 28n$$

और

$$LCM + HCF = 1740$$

$$n + 28n = 1740$$

$$n = \frac{1740}{29} = 60$$

अतः

$$LCM \times HCF = \text{पहली} \times \text{दूसरी}$$

$$60 \times 28 \times 60 = 240 \times \text{दूसरी संख्या}$$

$$\text{तो दूसरी संख्या} = 420 \text{ Ans.}$$

Exp. दो संख्याओं का अनुपात 3:4 है यदि उनका म.स. 15 हो तो, दोनों संख्याओं का ल.स. ज्ञात कीजिये ।

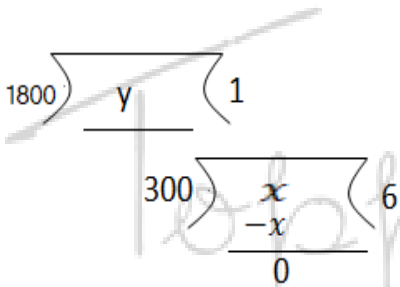
पहली संख्या = $3 \times 15 = 45$

दूसरी संख्या = $4x$ ----- $4 \times 15 = 60$

ल.स.

$$= \frac{45 \times 60}{15} = 180 \text{ Ans.}$$

Exp. भाग विधि से दो संख्याओं का म.स. ज्ञात करते समय भागफल क्रमशः 1,6 प्राप्त होते हैं । यदि उनका म.स. 300 प्राप्त होता है । तो संख्या ज्ञात करो -



जहां $x = 300 \times 6$

1800

जहां $y = 1800 \times 1 + 300$

= 2100

अतः पहली संख्या = 1800

दूसरी संख्या = 2100

Exp. चार घण्टियां क्रमशः 9, 12, 15, 18, sec के बाद बजती हैं तो 36 Min में कितनी बार सभी घण्टियां एक साथ बजेगी । यदि एक साथ बजाकर छोड़ा जायें ।

हम सभी का LCM लेंगे -

$LCM(9, 12, 15, 18) = 180 \text{ sec या } 3 \text{ मिनट बाद}$

और 36 मिनट में कितनी बार $\frac{36}{3} = 12$ बार

12 बार तथा पहली बार शुरूआत में

अतः कुल 13 बार बजेगी ।

Exp. चार व्यक्ति एक वृत्ताकार मैदान का चक्कर क्रमशः 12, 18, 26, 30 बार लगाते हैं प्रत्येक 1 घण्टे में तो बताइये कि 60 घण्टे में कितनी बार मिलेंगे यदि वे एक साथ चक्कर लगाना शुरू करते हैं

1 घण्टे में - 12 बार तो 1 चक्कर में लगा समय = $\frac{1}{12}$ घण्टे

1 घण्टे में - 18 बार तो 1 चक्कर में लगा समय = $\frac{1}{18}$ घण्टे

1 घण्टे में - 26 बार तो 1 चक्कर में लगा समय = $\frac{1}{26}$ घण्टे

1 घण्टे में - 30 बार तो 1 चक्कर में लगा समय = $\frac{1}{30}$ घण्टे

एक बार मिलेंगे

$$LCM\left(\frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \frac{1}{26}, \frac{1}{30}\right) = \frac{1}{2} \text{ घण्टे में}$$

मतलब हर आधे में एक बार तो 60 घण्टे में - 120 बार

तथा 1 बार शुरूआत में

अतः कुल $120 + 1 = 121$ बार

Exp. तीन संख्याओं $12^{24}, 16^{18}$ और N का $LCM 24^{24}$ है तो N के संभावित मानों की संख्या होगी -

जैसा की हम जानते हैं ।

$$12^{24} = 2^{48} \times 3^{24}$$

$$16^{18} = 2^{72}$$

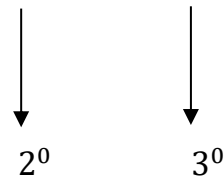
$$N = 2 \times 3$$

$$LCM = 2^{72} \times 3^{24}$$

जहां 2^{72} अधिकतम हो

तथा 3^{24} अधिकतम है ।

2^{72} व 3^{24} संख्याओं



$$2^h$$

$$2^h$$

$$2^{72} \quad 3^{24}$$

कुल 73 पद कुल 25 पद

कुल पदों का संगम = $73 \times 25 = 1825$ Ans

अभ्यास प्रश्न हल सहित -

1. 42, 63 और 140 का महत्तम समापवर्तक होगा-
- (a) 14 (b) 9
(c) 21 (d) 7

उत्तर- (d)

हल: -

42, 63 और 140 का महत्तम समापवर्तक

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$63 = 3 \times 3 \times 7$$

$$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$$

42, 63 और 140 का म.स. 7 होगा

2. सेमी. में वह संभव वृहत्तम लम्बाई जिसका प्रयोग 495 सेमी., 900 सेमी. तथा 1665 सेमी. को ठीक-ठीक मापने के लिए किया जा सकता है-
- (a) 15 (b) 25
(c) 35 (d) 45

उत्तर- (d)

हल: -

संभव वृहत्तम लम्बाई = 495, 900, 1665 का म.स.

5	495
3	99
3	33
11	11
	1

2	900
2	450
5	225
5	45
3	9
3	3
	1

5	1665
3	333
3	111
37	37
	1

अभीष्ट म. स. = $5 \times 3 \times 3 = 45$

3. संख्याओं 18, 21, 24, 27 का ल. स. क्या होगा ?
- (a) 1512 (b) 1728
(c) 2987 (d) 1118

उत्तर- (a)

हल: -

$$27 \times 8 \times 7 = 1512$$

4. $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ तथा $\frac{6}{7}$ का महत्तम समापवर्तक कितना है ?
- (a) $\frac{2}{105}$ (b) $\frac{48}{105}$
(c) $\frac{1}{105}$ (d) $\frac{24}{105}$

उत्तर- (a)

हल: -

अंशों का म. स.

हरी का ल. स.

$$\Rightarrow \frac{2}{105}$$

5. 2.4, 0.36 तथा 7.2 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करें-
- (a) 12 (b) 120
(c) 1.2 (d) 0.12

उत्तर- (d)

हल: -

240, 36, 720 का म. स.

$$\Rightarrow 2 \times 2 \times 3 = 12$$

तो 2.40, 0.36, 7.2 का म. स. = 0.12 होगा

6. एक व्यक्ति के पास क्रमश 10, 15 और 20 मीटर लम्बाई के तीन लोहे की छडे हैं। वह तीनों छडों में बराबर लंबाई के टुकडें काटना चाहता है। वह बिना कुछ बर्बाद किये उसमें से कम से कम कितने टुकडे काट सकता है ?

- (a) 45 (b) 15
(c) 9 (d) 30

उत्तर- (c)

हल: -

प्रत्येक टुकडे की लंबाई = 10, 15, 20 का म. श.

$$10 = 5 \times 2$$

$$15 = 5 \times 3$$

$$20 = 5 \times 4$$

$$\text{म. श.} = 5$$

$$\text{टुकडों की कुल संख्या} = \frac{10}{5} + \frac{15}{5} + \frac{20}{5} \Rightarrow$$

$$2 + 3 + 4 = 9$$

7. दो संख्याओं का ल. श. 225 है तथा उनका म. श. 5 है। यदि एक संख्या 25 हो, तो दूसरी संख्या होगी।

- (a) 5 (b) 45
(c) 25 (d) 225

उत्तर- (b)

हल: -

$$\text{दूसरी संख्या} \Rightarrow \frac{225 \times 5}{25}$$

$$= 9 \times 5 = 45$$

8. दो संख्याओं 12906 और 14818 का म. श. 478 है। उनका ल. श. ज्ञात कीजिए।

- (a) 200043 (b) 600129
(c) 400086 (d) 800172

उत्तर- (c)

हल: -

$$\text{ल. श.} \Rightarrow \frac{12906 \times 14818}{478} = 400086$$

9. 28 और 42 के ल. श. प और म. श. प किस अनुपात में है ?

- (a) 2 : 3 (b) 3 : 2

- (c) 7 : 2 (d) 6 : 1

उत्तर- (d)

हल:-

$$28 \text{ और } 42 \text{ का म. श.} = 14$$

$$28 \text{ और } 42 \text{ का ल. श.} = 84$$

$$\text{ल. श.} : \text{म. श.} = 84 : 14 \\ = 6 : 1$$

10. दो संख्याओं का अनुपात 3 : 4 तथा उनका महत्तम समापवर्तक 5 है। तदनुसार उनका लघुत्तम समापवर्त्य कितना होगा ?

- (a) 60 (b) 20
(c) 15 (d) 12

उत्तर- (a)

हल: -

$$\text{दो संख्याओं का अनुपात} = 3 : 4 \text{ इनका म. श.} \\ = 5$$

$$\text{पहली संख्या} \Rightarrow 5 \times 3 = 15$$

$$\text{दूसरी संख्या} \Rightarrow 5 \times 4 = 20$$

$$15 \text{ और } 20 \text{ का ल. श.} = 60$$

11. दो संख्याओं का अनुपात 3 : 4 तथा उनका लघुत्तम समापवर्तक 180 है। दूसरी संख्या क्या है?

- (a) 90 (b) 30
(c) 45 (d) 60

उत्तर- (d)

हल: -

$$\text{माना दोनों संख्याओं का म. श.} = x$$

$$\text{दोनों संख्याएं} = 3x \text{ तथा } 4x$$

$$\text{दोनों संख्याओं का गुणनफल} = \text{म. श.} \times \text{ल. श.}$$

$$\Rightarrow 3x \times 4x = x \times 180$$

$$x = 15$$

$$\text{दूसरी संख्या} = 4x$$

$$\Rightarrow 4 \times 15 = 60$$

12. 28 और 42 के ल. श. प और म. श. प किस अनुपात में है ?

- (a) 2 : 3 (b) 3 : 2
 (c) 7 : 2 (d) 6 : 1

उत्तर- (d)

हल:-

$$\begin{aligned}
 28 \text{ और } 42 \text{ के म. स.} &= 14 \\
 28 \text{ और } 42 \text{ के ल. स.} &= 84 \\
 \text{ल.स. : म.स.} &= 84 : 14 \\
 &\Rightarrow 6 : 1
 \end{aligned}$$

13. 13 का वह सबसे छोटा गुणज जिसे 4, 5, 6, 7 और 8 से भाग देने पर प्रत्येक दशा में 2 शेष बचता है निम्न है-

- (a) 2520 (b) 842
 (c) 2522 (d) 840

उत्तर- (d)

हल:-

$$\begin{aligned}
 4, 5, 6, 7, 8 \text{ का ल.स.} &= 840 \\
 13 \text{ से भाग देने पर शेष शून्य आता है।} \\
 \text{माना अभीष्ट संख्या} &= 840k + 2 \\
 840k + 2 &= 8k + 2 \\
 \Rightarrow 8k + 2 \text{ में } k &= 3 \text{ रखने पर } 8k + 2 \\
 \Rightarrow 8 \times 3 + 2 &= 26 \\
 \text{अभीष्ट संख्या} &= 840k + 2 = 840 \times \\
 &3 + 2 \Rightarrow 2522
 \end{aligned}$$

14. वह बड़ी से बड़ी संख्या क्या है जिससे 184, 159, 134 से भाग देने पर शेष 9 बचे ?

- (a) 20 (b) 15
 (c) 25 (d) 35

उत्तर- (c)

हल:-

$$\begin{aligned}
 \text{बड़ी संख्या} &= (184 - 9), (159 - \\
 &9), (134 - 9) \text{ का } H.C.F \\
 \Rightarrow 175, 150 \text{ व } 125 \text{ का } H.C.F &= 25
 \end{aligned}$$

15. वह बड़ी से बड़ी संख्या क्या है जिसे 2934 व 3254 से भाग देने पर क्रमशः 11 व 15 शेष बचे

- (a) 79 (b) 83
 (c) 89 (d) 71

उत्तर- (a)

हल: -

$$\begin{aligned}
 \text{अभीष्ट संख्या} &= (2934 - 11), \\
 (3254 - 15) \text{ का } H.C.F \\
 \Rightarrow 2923, 3239 \text{ का } H.C.F
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 \Rightarrow 2923 \overline{) 3239} \quad 19 \\
 \underline{2923} \\
 316 \overline{) 2923} \quad 9 \\
 \underline{2844} \\
 79 \overline{) 316} \quad 4 \\
 \underline{316} \\
 0
 \end{array}$$

- (16) 'N' वह बड़ी से बड़ी संख्या है जो संख्या 1305, 4665 और 6905 से विभाजित होने पर प्रत्येक दशा में समान शेषफल प्राप्त होता है। संख्या 'N' के अंकों का योग है।

- (A) 4 (B) 5
 (C) 6 (D) 8

Ans. (A)

हल -

$$\text{यहां } x = 1305, y = 4665 \text{ और } z = 6905$$

$$|x - y| = |1305 - 4665| = 3360$$

$$|y - z| = |4665 - 6905| = 2240$$

$$|z - x| = |6905 - 1305| = 5600$$

अभीष्ट संख्या (बड़ी से बड़ी)

$$= 3360, 2240, 5600 \text{ का म.स.} = 1120$$

$$\text{अभीष्ट योग} = 1 + 1 + 2 + 0 = 4$$

- (17) एक आदमी के पास निश्चित संख्या में छोटे-छोटे बक्के हैं जिन्हें पार्शलों में रखना है यदि वह 3,4,5 या 6 रखता है तो उसके पास एक बच जाता है, यदि वह प्रत्येक पार्शल में 7 रखता है तो उसके पास कुछ भी शेष नहीं बचता रखे जाने वाले बक्कोंकी संख्या क्या है ?

- (A) 400 (B) 309
 (C) 301 (D) 106

Ans. (C)

हल -

यहां a,b,c का LCM ज्ञात करने पर

3,4,5,6 का LCM = 60

माना की अभीष्ट संख्या = $60k + 1$, जो 7 से विभाज्य है।

$$\begin{aligned} \therefore 60k + 1 &= (7 \times 8k + 4k) + 1 \\ &= (7 \times 8k) + (4k + 1) \end{aligned}$$

$4k + 1$ में $k = 5$ रखने पर, ताकि 7 से विभाज्य है।

$$4 \times 5 + 1 = 21 \text{ जो 7 से विभाज्य है।}$$

$$\begin{aligned} \text{अभीष्ट संख्या} &= 60k + 1 = 60 \times 5 + 1 \\ &= 301 \end{aligned}$$

(18) वह सबसे छोटी संख्या कौन-सी है, जिसे यदि 25,40 तथा 60 से विभाजित किया जाए, शेषफल हर बार 7 आता है ?

- (A) 609 (B) 607
(C) 593 (D) 910

Ans. (B)

हल -

$$25, 40, 60 \text{ का ल.सं.} = 600$$

$$\begin{aligned} \text{अभीष्ट संख्या} &= \text{ल.सं.} + \text{शेष} \\ &= 600 + 7 = 607 \end{aligned}$$

(19) 1500 और 2000 के बीच वह संख्या कौन-सी है जो 36 तथा 102 से विभाज्य है ?

- (A) 1632 (B) 1734
(C) 1836 (D) 1944

Ans. (C)

हल -

$$36 \text{ तथा } 102 \text{ का ल. सं.} = 612$$

$$\text{ल. सं. का तीसरा गुणज} = 612 \times 3 = 1836$$

$$\text{अभीष्ट संख्या} = 1836$$

(20) तीन क्रम-क्रम चौथों पर यातायात से सम्बन्धित बतियां क्रमशः 24 सैकण्ड, 36

- (A) $\frac{42}{1}$ (B) $\frac{44}{3}$
(C) $\frac{46}{5}$ (D) $\frac{41}{5}$

सैकण्ड तथा 54 सैकण्ड बाद रंग बदलती रहती है। यदि वे तीनों 10 : 15 : 00 प्रातः के समय एक साथ रंग बदलती रहती है, तो क्रमली बार वे तीनों एक साथ किस समय रंग बदलेगी ?

- (a) 10 : 16 : 54 प्रातः
(b) 10 : 18 : 36 प्रातः
(c) 10 : 17 : 02 प्रातः
(d) 10 : 22 : 12 प्रातः

उत्तर- (B)

हल -

24 सैकण्ड, 36 सैकण्ड, 54 सैकण्ड का ल. सं.

$$= 216 \text{ सैकण्ड} = 3 \text{ मिनट } 36$$

सैकण्ड

एक साथ रंग बदलने का समय

$$10 : 15 : 00 \text{ प्रातः} + 3 \text{ मिनट } 36$$

सैकण्ड

$$= 10 : 18 : 36 \text{ प्रातः}$$

(21) दी गयी संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य उन संख्याओं के महत्तम समापवर्त्य से 6 गुना है, तदनुसार यदि दोनों में छोटी संख्या 6 हो, तो दूसरी संख्या कौन-सी है ?

- (A) 15 (B) 18
(C) 9 (D) 12

Ans. (C)

हल -

\therefore माना दोनों संख्याओं का म.सं. x तथा ल. सं. $6x$ है।

\therefore दोनों संख्याओं का म.सं. \times ल. सं. = दोनों संख्याओं गुणज

$$= x \times 6x = 6 \times \text{दूसरी संख्या}$$

$$\text{दूसरी संख्या} = x^2$$

$$= 9$$

(22) $\frac{2}{9}, \frac{3}{14}, \frac{7}{20}$ का ल. सं. ज्ञात कीजिए।

Ans. (A)

अंशों का ल.सं

$$\text{हल - } \frac{2}{9}, \frac{3}{14}, \frac{7}{20} \text{ का ल.सं.} = \frac{\quad}{\quad}$$

हरों का म.सं.

$$= \frac{42}{1}$$

(23) तीन आयतकार खेतों का क्षेत्रफल क्रमशः 200 वर्ग मीटर 250 वर्ग मीटर तथा 300 वर्ग मीटर हैं तीनों खेतों में बराबर क्षेत्रफल की क्यारियां बनाई गई हैं। यदि प्रत्येक क्यारी की चौड़ाई 5 मीटर हो तो उनकी अधिक से अधिक लम्बाई क्या होगी ?

- (A) 5 मीटर (B) 10 मीटर
(C) 15 मीटर (D) 20 मीटर

Ans. (B)

हल - प्रत्येक क्यारी का क्षेत्रफल = 200 मी.²,
250 मी.², 300 मी.²
का ल.स. = 50 मी.²
क्षेत्रफल 50
लम्बाई = $\frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{चौड़ाई}} = \frac{50}{5} = 10$ मीटर

(24) दो संख्याओं का म.स. 13 व ल.स. 455 हैं। यदि उनमें से एक संख्या 75 और 125 के बीच में स्थित है, तो वह संख्या है।

- (A) 78 (B) 91
(C) 104 (D) 117

Ans. (B)

हल -

$$\text{संख्याओं का म.स.} = 13$$

संख्याएं = 13x एवं 13y जहां x एवं y परस्पर प्रभाज्य हैं।

$$\text{ल.स.} = 13xy = 455$$

$$xy = 35 = 5 \times 7$$

$$\therefore \text{अभीष्ट संख्या} = 13 \times 7 = 91$$

(25) दो संख्याओं को म.स. 23 है तथा उनके ल.स. के अन्य दो गुणखण्ड 13 तथा 14 हैं। उनमें से बड़ी संख्या होगी।

- (A) 276 (B) 299
(C) 345 (D) 322

Ans. (D)

हल -

$$\text{म.स.} = 23$$

तथा ल. स. के अन्य गुणखण्ड = 13 एवं 14

$$\text{अतः बड़ी संख्या} = 14 \times 23 = 322$$