Toppersnotes
Unleash the topper in you

बिहार ऑडिटर (अंकेक्षक)

BIHAR AUDITOR

BIHAR PUBLIC SERVICE COMMISSION (BPSC)

भाग – 2

गणित एवं तार्किक योग्यता

SIERRA INNOVATIONS

गणित

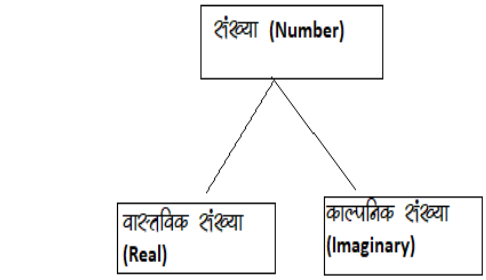
1. संख्या पद्धति 1
2. लघुत्तम समापवर्तक एवं महत्तम समापवर्तक 6
3. औसत 15
4. सरलीकरण 19
5. प्रतिशतता 40
6. अनुपात और समानुपात 44
7. कार्य और समय 50
8. पाइप व टंकी 59
9. मिश्रण 64
10. साझेदारी 75
11. समय व दूरी 82
12. साधारण ब्याज 88
13. चक्रवृद्धि ब्याज 94
14. लाभ व हानि 100
15. बट्टा 105
16. क्षेत्रफल व आयतन 110
17. आयु संबंधी 123
18. नाव व धारा 129
19. संख्यात्मक अभियोग्यता 135

तार्किक योग्यता

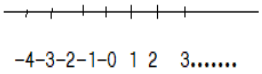
20. सादृश्यता 147
21. वर्गीकरण 156
22. कोडिंग-डिकोडिंग 161
23. दिशा और दूरी 169
24. रक्त संबंध 178
25. गणितीय संक्रियाएँ 186
26. क्रम व्यवस्था 190
27. बैठक व्यवस्था 195
28. पहेली 202
29. शृंखला 208
30. लुप्त पदों का भरना 214

31.घडी 221
32.कैलेण्डर 228
33.वेन आरेख 232
34.आकृति निर्माण 238
35.आकृति पूर्ति 244
36.सन्निहित आकृति 246
37.कागज मोडना/काटना 250

संख्या पद्धति (Number System



जिन्हें प्रदर्शित किया जा सकता है number line में



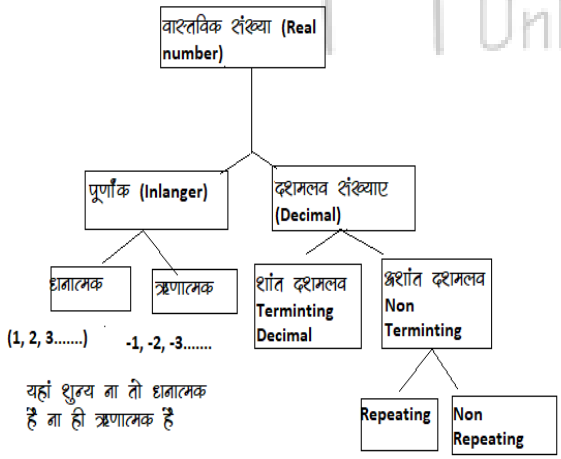
वर्गमूल ऋणात्मक संख्याओं का

$\sqrt{-21}, \sqrt{-1}$ =C

❖ सम्मिश्र संख्याए Complex Number (z)-
वास्तविक + काल्पनिक

Z= a +b

जहां a = वास्तविक संख्या
b = काल्पनिक संख्या



शांत दशमलवः– वह संख्याएं जो दशमलव के बाद कुछ अंको के बाद खत्म हो जाये जैसे– इसे 0.25, 0.15, 0.375 इसेभिन्न संख्या में लिखा जा सकता है ।

अशांत दशमलवः– वह संख्याएं जो दशमलव के बाद चलते है। ये दो तरह के हो सकते है ।

0.3333, 0.7777, 0.183183183.....

- जो संख्याएं दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनन्त तक। इसे भिन्न में लिखा जा सकता है ।

पुनरावृत्ति Repeating

Non Repeating Decimal — जो संख्याएं दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति में Repeat नही करती।

Platform में प्रदर्शित नहीं कर सकते — उदाहरण– 0.3187098312715.....

$\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}$

❖ अशांत पुनरावृत्ति दशमलव संख्याएं :–

1. 0.3333..... = 60.3 = $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
2. 0.666..... = 0.6 = $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
3. 0.387387387..... = 0.387 = $\frac{387}{999} = \frac{43}{111}$
4. 0.848484..... = 0.84 = $\frac{84}{99} = \frac{28}{33}$

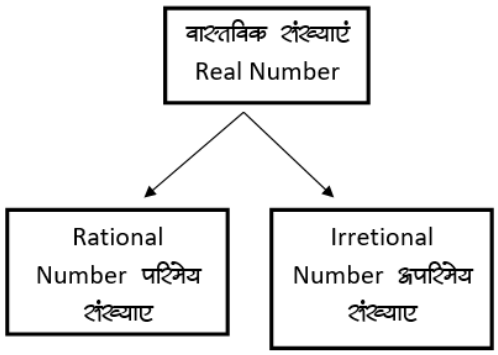
❖ परिमेय (Rational) संख्याएंः– वह संख्याएं जिन्हें P/Q form मे लिखा जा सकता है लेकिन Q जहां शुन्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए ।

उदाहरण 2/3, 4/5, $-\frac{10}{11}, \frac{7}{8}$

❖ अपरिमेय (Irrational) संख्याएंः– इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

उदाहरण $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26}$ ... ...

❖ पहले से बाद में –



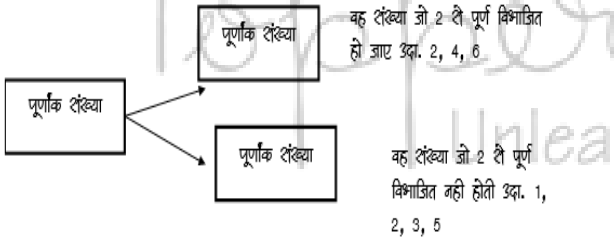
P/Q form में प्रदर्शित किया जाता है

जहां q#o, P और q पूर्णांक है।

P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता, उदा. $\sqrt{3}$

❖ प्राकृतिक संख्याए ⟶ धनात्मक संख्याएं (1, 2, 3.....)

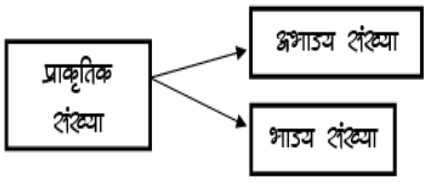
❖ पूर्ण संख्याएं ⟶ शून्य+ धनात्मक पूर्णांक (0,1, 2, 3.....)



❖

➢ शून्य भी सम संख्या है।

- ❖ सम $\pm$ सम ⟶ सम संख्या (4+6 ⟶ 10)
  सम $\pm$ विषम ⟶ विषम संख्या (4+5 ⟶ 19)
  विषम $\pm$ विषम ⟶ सम संख्या (3+5 ⟶ 8)
- ❖ सम X विषम ⟶ सम संख्या (2X3 ⟶ 6)
- ❖ सम X सम ⟶ सम संख्या (4X4 ⟶ 16)
- ❖ विषम X विषम ⟶ विषम संख्या (3X3 ⟶ 9)



उदा. 3, 5, 7

उदा. 4, 9

➢ <u>अभाज्य संख्याएं–</u> वह संख्या जो सिर्फ 1 व स्वयं संख्या से विभाजित होती है। जैसे– 5 1×5(only गुणनखण्ड)

➢ <u>भाज्य संख्याएं–</u> जो संख्याएं अभाज्य नहीं है यानि उनके दो से अधिक गुणनखण्ड होगे। जैसे– 9 1×3×3 (तीन गुणनखण्ड)

➢ <u>अभाज्य संख्याएं (Prime Numbers)–</u> जिसके सिर्फ दो form हो–1×संख्या
जैसे– {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.....}
जहां 1 Prime Number नहीं है।
2 केवल सम Prime संख्या है।
3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोडा है।
1–50 तक कुल 15 Prime Number है।
51–100 तक कुल 10 Prime Number है।
अतः 1–100 तक कुल 25 Prime Number है।

➢ <u>सह अभाज्य संख्याएं:–</u> वह संख्याएं जिनका HCF सिर्फ 1 हो।
Ex. (4,9), (15, 22), (39, 40)

➢ <u>Perfect Number</u> <u>परफेक्ट संख्या:–</u> वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डो में स्वयं उस संख्या को छोडकर)
Ex. 6 ⟶ 1, 2, 3 यहां ⟶ 1+2+3 ⟶ 6
28 ⟶ 1, 2, 4, 7, 14 ⟶ 1+2+4+7+ ⟶ 28

➢ <u>प्रत्यक्ष मान और स्थानीय मान:–</u>
Ex. 24175321
यहां 7 ⟶ का <u>प्रत्यक्ष</u> मान ⟶ 7 होगा
स्थानीय मान ⟶ 70000 होगा
अंक के बाद जितनी अंको की संख्या उतने शुन्य रख दो।

<u>ईकाई का अंक</u> (Unit Digit Method)

यदि किसी संख्या का इकाई का अंक निम्न है तो घात बडी होने पर इकाई का अंक होगा–

$(___\ 0)^n - 0$
$(___\ 1)^n - 1$
$(___\ 5)^n - 5$
$(___\ 6)^n - 6$

उदाहरण. 420 538
5 + 6
उत्तर ⟶ _____ (5+6) = ____1 Unit digit

<u>And:-</u>
$(___\ 4)^n$ ⟶ n = odd number तब 4 (इकाई)

$(___ 4)^n$ n = even mumber तब 6 (इकाई)

$(___ 9)^n$ जहां (n = विषम) ⟶ 9
$(___ 9)^n$ जहां (n = सम) ⟶ 1

उदाहरणः- $(9)^{134} + (4)^{111} \longrightarrow 1 + 4 =$ होगा

Ans:-
$(2,3,7,8)^n$ इसमें चार तरह के उत्तर हो सकते है।

1. $\frac{n}{4}$ = 1 शेषफल क्रमशः (2,3,7,8)
2. $\frac{n}{4}$ = 2 शेषफल क्रमशः (4,9,9,9)
3. $\frac{n}{4}$ = 3 शेषफल क्रमशः (8,7,3,2)
4. $\frac{n}{4}$ = 0 शेषफल क्रमशः (6,1,1,6)

उदाहरणः-

$(259)^{146} - (123)^{43}$
$(9)^{146} - (3)^{43}$
$1 - (3)^3$
$1 - 7 = 6 \ or \ -6 + 10 = 4$

➢ भाज्यता के नियमः- निम्न संख्याओं से भाग देने पर पूर्ण जायेगा या नहीं

2 ⟶ जब संख्या का इकाई अंक 2 से पूर्ण भाजित हो तो संख्या भी पूर्ण विभाजित हो सकती है।
4 ⟶ आखिरी दो अंक 4 से भाजित होनी चाहिए।
8 ⟶ आखिरी तीन अंक 8 से भाजित होने चाहिए
16 ⟶ आखिरी चार अंक 16 से विभाजित होने चाहिए।

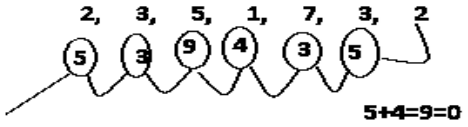
उदाहरणः-
संख्या 28754, संख्या 2 से पूर्ण विभाजित है या नही-
28754 में आखिरी अंक = $\frac{4}{2}$ = 2 बार पूर्ण विभाजित है
अतः संख्या 28754 भी पूर्ण विभाजित होगी।
3 ⟶ संख्या के सभी अंको का योग 3 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए
9 ⟶ संख्या के सभी अंको का योग 9 से पूर्ण विभाजित होना चाहिए

उदाहरणः-1

संख्या 2351732 को 9 से भाग करने पर शेषफल होगा ⟶

$\frac{2351732}{9}$ Digit sum- 2 + 3 + 5 + 1 + 7 + 3 + 2 = $\frac{23}{9}$ = 5 शेषफल

Digit sum ⟶ किसी संख्या के Digit (अंको) को जोडना जहां Sum (9=0)होता है ।



5 Digit Sum

5 ⟶ आखिरी अंक 5 से पूर्ण विभाजित हो

6 ⟶ 2×3 (सह अभाज्य संख्या)
⟶ 2 से भाजकता का नियम देखता है
⟶ 3 से भाजकता के नियम की जांच करता है ।

उदाहरणः-

संख्या 2250, 18 से पूर्ण विभाजित होगी या नही जांच करो-
हम जानते है 18 ⟶ 9 × 2
संख्या का digit sum 9 से विभाजित हो
इसे भाजकता, जब इकाई अंक 2 से विभाजित हो
अतः संख्या 2250, 18 से पूर्ण भाजित होगी।

➢ (7, 11, 13)

7 ⟶ संख्या का पीछे से 3-3 का जोडा बनायेंगे फिर उन जोडो का अन्तर 7, 11, 13 से विभाजित होना चाहिए तो वे संख्याए 7, 11, 13 से विभाजित होगी।

11 ⟶ दी गयी संख्या में सम स्थान पर अंको का जोड, विषम स्थान पर अंको के जोड का अंतर या तो 0 हो या 11 हो तो वह संख्या 11 से पूर्ण भाजित होगी ।

7 ⟶ संख्या का आखिरी अंक को 3 गुणा कर के शेष संख्या से घटा देंगे, उत्तर अगर 7 से भाजित है तो संख्या भी होगी।

- यदि एक संख्या $467x893$ है जो 3 से पूर्ण विभाजित हो तो x का मान क्या हो सकता है–

3 के लिए:– हम जानते हैं कि संख्या के सभी अंको का योग यदि 3से भाज्य हो तो वह संख्या भी 3 से पूर्ण भाज्य होगी।

$467x893$

$4+6+7+x\ 8+9+3 \longrightarrow \frac{37+x}{3}$

$= \frac{1+x}{3}$ यहां $x \longrightarrow 2, 5, 8$ हो सकते हैं।

अतः x के मान संभव हैं– 2, 5, 8

- यदि संख्या $875x321$ है जो 9 से पूर्ण विभाजित हो तो x का मान क्या हो सकता है–

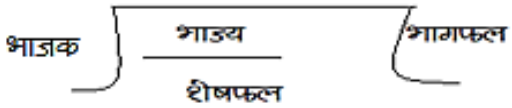
$875x321$

digit sum $\longrightarrow \frac{8+x}{9} \longrightarrow$ x के मान संभव हैं।

1 मान संभव है ।

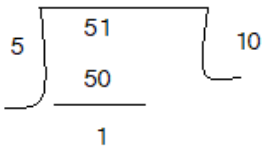
शेषफल प्रमेय

हम जानते हैं कि जब हम किसी संख्या में किसी संख्या का भाग लगाते हैं तो



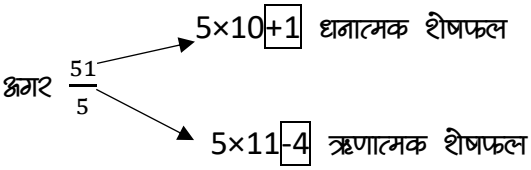
भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

उदाहरण:–



अतः 51= 5×10+1 जहां 1 शेषफल है।

- शेषफल होगा भाजक से छोटा होता है।



इसी प्रकार शेषफलों का जोडा

- Format Theorem: $\frac{x^{p-1}}{P}$ जहां P एक prime number (x,p) Coprime number $\frac{x^{p-1}}{P}$ = 1 शेषफल HCF (x,p)= 1

उदाहरण:–

- $\frac{30^{12}}{13} = \frac{x^{p-1}}{P}$ = 1 शेषफल
- $\frac{64^{30}}{31}$ = 1 शेषफल होगा

- 1. $\frac{4^{2007}}{17} = \frac{(4^{16})^{125}}{17} X\ 4^7$

$\frac{1X4^7}{17} = \frac{4X16X16X16^{-1}}{17} = 4\ or\ 13$

Type-II बडी घात को टुकडो में तोडकर

- $\frac{ax+k^n}{a} = k^n$ (शेषफल)
- $\frac{ax+k^n}{a} = (-k)^n$(शेषफल)

उदाहरण:–

1. $\frac{(25)^7}{24}$

$\frac{(24+1)^9}{24} = 1^9 =$ (शेषफल)

2. $\frac{(39)^{25}}{40}$

$\frac{(40-1)^{25}}{40} = (-1)^{25} = -1$शेषफल या 39 होगा।

जैसे को 7^{101} 48 में विभाजित किया जाये तो शेषफल होगा–

- $\frac{(7)^{101}}{48}$

$\frac{4^n}{6}$ format में हमेशा शेषफल 4 ही होगा, (n>o)

पूर्ण वर्ग संख्याः–

Unit digit वर्ग के हो सकते हैं–

	जो नही हो सकते
➢ 0	2 ——
➢ 1	3 ——
➢ 4	7 ——
➢ 5 or 25	8 ——
➢ 6	
➢ 9	

❖ किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1–24 तक की संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक होगे।

नोटः– अतः सभी को 1–25 के वर्ग अवश्य याद होने चाहिए।

उदाहरण– कौनसी संख्या पूर्ण वर्ग होगी–

1. 21904
2. 22903
3. 21917
4. 35405

व्याख्याः– यहा unit digit किसी भी वर्ग का 3, 7 नहीं हो सकता और वर्ग के आखिर में 5 आ सकता है लेकिन अकेला नहीं वह हमेशा 25 होगा ।

अतः शेष विकल्प (1) सही होगा 21904 जो की 148 का वर्ग है ।

Binary से decimel में बदलना :–

1. दी गई संख्या को इकाई अंक में r^0 से बढते क्रम में गुणा कर योग करते है –

जैसे $(1100101)_2 \longrightarrow (?)_{10}$

यहां $(1100101)_2 \longrightarrow$

$1X2^6 + 1X2^5 + 0X2^4 + 0X2^3 + 1X2^2 + 0X2^1 + 1X2^0$

64+32+0+0+4+0+1= 101 Ans.

2. $(1101)_2 \longrightarrow (?)_{10}$

$1X2^3 + 1X2^2 + 0X2^1 + 1X2^0$

8+4+0+1= 13 Ans.

Toppersnotes Unleash the topper in you

LCM & HCF

egÙke lekioRkd ,o y?kÙke lekioR;

(Least Common Multiple)

वह छोटी से छोटी संख्या जो दी गयी संख्याओं से पूर्णतया विभाजित हो, उन संख्या का ल.स.प. कहलाता है ।

उदाहरण –

1. 5 ⟶ गुणज ⟶ 10,15,20,25,30,35---
2. 6 ⟶ गुणज ⟶ 12,18,24,30,36,42---

यहां पहली संख्या 5, दूसरी संख्या 6 है, उन दोनों के गुणज में सबसे पहले 30 आती है जो दोनो से पूर्णतया विभाजित है । अतः यहां 30 ल.स.प. है ।

उदाहरण :– संख्या 25,35,42 का ल.स.प. ज्ञात करें

सबसे पहले दो संख्या के ल.स.प. लेते है ।

25,35 बडी संख्या के गुणज देखते है ।

175 वह सबसे छोटी संख्या है जो 25 से विभाजित है ।

अब 175 व 42 का ल.स.प. –

1050 जो कि 42 से पूर्ण विभाजित है ।

अतः 25,35,42, का LCM ⟶ 1050 होगा ।

नोटः

(1) जब कहा जाये की x,y,z के लिये वह छोटी से छोटी संख्या क्या होगी जिसमें भाग देने पर r शेष बच जाये,

– इसके लिए उत्तर होगा x, y, z का $(Lcm + r)$

(2) वह छोटी – छोटी संख्या जिसे x,y,z से भाग करने पर शेषफल क्रमागत a,b,c हों ।

इसके लिये

lcm(x,y,z)-K

जहाँ

$$K = (x - a) = (y - b) = (z - c)$$

उदाहरण :– वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिसे 25,15,30 से विभाजित करने पर शेषफल क्रमशः 21,11,26 बचें ।

हलः 25, 15, 30 का LCM = 150

शेषफल 21, 11, 26

4, 4, 4

अतः LCM (25,15,30) – 4

150 – 4 = 146

महत्तम समापवर्त्य (HCF) Highest Common Factor :-

दो या दो से अधिक संख्या का HCF वह सबसे बडी संख्या होती है जिससें दी गयी सभी संख्याओं में पूर्ण भाग चला जायें ।

उदाहरण – Prime factor

12 ⟶ 1,2,3, 4, 6,12

16 ⟶ 1,2, 4, 8,16,

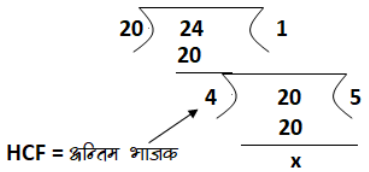
Highest Common Factor (HCF)

भाग विधि से HCF निकालना –

जैसे 20,24 का HCF

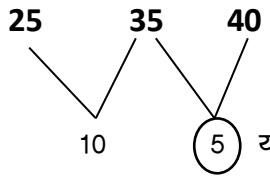
Step 1 – बडी संख्या में छोटी संख्या का भाग

Step 2 – शेषफल से भाजक



➢ हम जानते है कि जब दो या दो से अधिक अंकों का **HCF** निकाला जाता है तो वह संख्या उन संख्याओं के सबसे छोटे अन्तर के बराबर या **factor** होगी ।

जैसे



यह एक Prime no. है

अतः HCF = 5

Note –

वह सबसे बडी संख्या जो x,y,z में भाग देने पर शेषफल R देती है ।

$$= HCF\ [(x-r),(y-r),(z-r)]$$

$$or$$

$$= HCF\ [(x-y),(y-z),(z-x)]$$

यहां सभी अन्तराल धनात्मक लेना है ।

नोटः

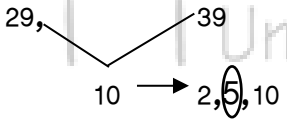
वह सबसे बडी संख्या क्या होगी जिसका भाग x,y,z में देने पर शेषफल क्रमशः a,b,c बचें

$$= HCF\ [(x-a),(y-b),(z-c)]$$

उदाहरण – वह सबसे बडी संख्या क्या होगी जिसका भाग 29,39 में देने पर शेषफल समान रहता है

(a) 4 (b) 6

(c) 8 (d) 5 Ans: (d)



हलः 29, 39

10 → 2,5,10

नोटः किन्ही भी संख्याओं के अन्तर तथा अन्तर के गुणनखण्डों के द्वारा भाग देने पर शेषफल समान रहता है ।

भिन्न संख्याओ का LCM –

भिन्न संख्याओं का LCM निकालने के लिए अंशो का LCM तथा हरो का HCF निकालते हैं ।

उदाहरण –

$\frac{3}{14},\frac{2}{9},\frac{7}{20}$ का LCM

(अंश)

→ $LCM(3,2,7) = 42$

$HCF -$ हरो का $(14,9,20) = 1$

अतः $\frac{LCM\ (3,2,7)}{HCF\ (14,9,20)} = \frac{42}{1}\ Ans.$

भिन्न संख्याओं का HCF निकालना –

– भिन्न संख्याओं का HCF निकालने के लिए अंशो का HCF तथा हरों का LCM निकालेंगें ।

उदाहरण –

$\frac{3}{7},\frac{2}{5},\frac{5}{14}$ का HCF

$$= \frac{HCF\ (3,2,5)}{LCM\ (7,5,14)} = \frac{1}{70}\ Ans.$$

उदाहरण :– यदि दो संख्याओं का HCF 4 है और योग 36 है तो कितने जोडे संख्याओं के सम्भव है –

$$= 4x + 4y = 36$$

$$x + y = 9$$

1,8
2,7
~~3,6~~
4,5 } –3 जोडे

3 Common है

उदाहरण 1– जब दो संख्याओं 875 व 2272 को एक 3 अंको की संख्या से भाग देने पर शेषफल समान रहता है तो उन 3 अंको का योग क्या होगा ।

875 2272

1397 → factor - 11 × 127 Prime No.

संख्या होगी – 127

योग – 1+2+7=10

दशमलव संख्याओं का LCM व HCF निकालना :–

यदि पूछा गया हो कि → 0.6, 1.8, 0.36 का LCM या HCF

हमेशा दी गयी संख्याओं को किसी एक ही संख्या से

गुणा करके भिन्न में बदलते है ।

जैसे – 100 से उपर नीचे गुणा करने पर

$$\frac{60}{100}, \frac{180}{100}, \frac{36}{100}$$

$$LCM = \frac{Lcm\ (60,180,36)}{Hcf\ (100,100,100)} = \frac{180}{100}$$
$$= 1.8\ Ans.$$

$$HCF = \frac{HCF(60,180,36)}{LCM\ (100,100,100)} = \frac{12}{100}$$
$$= 0.12\ Ans.$$

HCF और LCM मे सम्बन्ध –

दो संख्याओं का LCM व HCF ⟶

Factor

1. $15 = 3 \times 5$
2. $18 = 2 \times 3 \times 3$

$$HCF \rightarrow 3 \rightarrow 3$$

$$LCM \rightarrow 90 \rightarrow 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

यहाँ हम जानते है कि HCF व LCM में दोनों संख्याओं को मिलाकर सभी गुणनखण्ड आ गये हैं अतः हम कह सकते है की HCF व LCM का गुणन दोनों संख्याओं के गुणन के बराबर हैं ।

$$HCF \times LCM = \text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या}$$

उदाहरण – दो संख्याओं का म.स.(hcf) 11 और ल. स.(lcm) 693 हैं यदि एक संख्या 77 हो तो दूसरी संख्या ज्ञात करों।

$$LCM \times HCF = \text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या}$$

$$693 \times 11 = 77 \times x$$

$$x = 99$$

उदाहरण – किन्ही दो संख्या का LCM, बडी संख्या का दुगुना हैं तथा छोटी संख्या व HCF का अन्तर 4 हैं । तो छोटी संख्या क्या होगी ।

हम जानते हैं –

माना पहली संख्या A हैं । दूसरी संख्या B हैं ।

$$HCF \times LCM = \text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या}$$

$$= \frac{LCM}{B} = \frac{2}{1}, \qquad \text{पहली संख्या} - HCF = 4$$

बडी संख्या(B)

$$= 2 \times HCF = \text{पहली संख्या} \times 1$$

पहली$= 2\ HCF$

$= 2\ (\text{पहली} - 4)$ चूंकि (पहली संख्या – HCF) = 4

$= 2\ (\text{पहली संख्या}) - 8$

$$\text{पहली संख्या} = 8\ Ans.$$

उदाहरण – दो संख्याओ का LCM, HCF का 28 गुना हैं । दोनो संख्याओं के LCM व HCF का योग 1740 हैं । दूसरी संख्या ज्ञात करो यदि पहली संख्या 240 हैं

दिया गया हैं :–

यदि

$$HCF = n \text{ हैं तो}$$

$$LCM = 28n$$

और

$$LCM + HCF = 1740$$

$$n + 28n = 1740$$

$$n = \frac{1740}{29} = 60$$

अतः

$$LCM \times HCF = \text{पहली} \times \text{दूसरी}$$

$$60 \times 28 \times 60 = 240 \times \text{ दूसरी संख्या}$$

$$\text{तो दूसरी संख्या} = 420\ Ans.$$

उदाहरण :– दो संख्याओ का अनुपात 3:4 हैं यदि उनका म.स.प. 15 हो तो, दोनों संख्याओं का ल.स.प. ज्ञात कीजिये ।

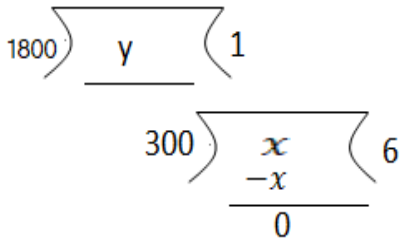
$$\text{पहली संख्या} = 3 \times 15 = 45$$

दूसरी संख्या $= 4 \times 15 = 60$

ल.स.प.

$$= \frac{45 \times 60}{15} = 180\ Ans.$$

उदाहरण :- भाग विधि से दो संख्याओं का म.स. ज्ञात करते समय भागफल क्रमशः 1,6 प्राप्त होते हैं । यदि उनका म.स. 300 प्राप्त होता है । तो संख्या ज्ञात करो



जहां $x = 300 \times 6$

$x = 1800$

जहां $y = 1800 \times 1 + 300$
$y = 2100$

अतः पहली संख्या $= 1800$
दूसरी संख्या $= 2100$

उदाहरण – चार घंडियाँ क्रमशः 9,12,15,18 sec के बाद बजती है ; तो 36 Min में कितनी बार सभी घण्टियां एक साथ बजेगी । यदि एक साथ बजाकर छोडा जाए ।

हम सभी का LCM लेंगे –

$LCM\ (9,12,15,18) = 180$ sec या 3 मिनट बाद
और 36 मिनट में कितनी बार $\frac{36}{3} = 12$ बार
12 बार तथा पहली बार शुरूआत में
अतः कुल 13 बार बजेगी ।

उदाहरण – चार व्यक्ति एक वृत्ताकार मैदान का चक्कर क्रमशः 12,18,26,30 बार लगाते है प्रत्येक 1 घण्टे में तो बताइये कि 60 घण्टे में कितनी बार मिलेंगे यदि वे एक साथ चक्कर लगाना शुरू करते है

1 घण्टे में – 12 बार तो 1 चक्कर में लगा समय $= \frac{1}{12}$ घण्टे
1 घण्टे में – 18 बार तो 1 चक्कर में लगा समय $= \frac{1}{18}$ घण्टे
1 घण्टे में – 26 बार तो 1 चक्कर में लगा समय $= \frac{1}{26}$ घण्टे
1 घण्टे में – 30 बार तो 1 चक्कर में लगा समय $= \frac{1}{30}$ घण्टे

एक बार मिलेंगे

$LCM\ \frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \frac{1}{26}, \frac{1}{30} = \frac{1}{2}$ घण्टे में

मतलब हर आधे घण्टे में एक बार तो 60 घण्टे में – 120 बार

तथा 1 बार शुरूआत में

अतः कुल $120 + 1 = 121$ बार

उदाहरण – तीन संख्याओ $12^{24}, 16^{18}$ और N का $LCM\ 24^{24}$ है तो N के संभावित मानो की संख्या होगी –

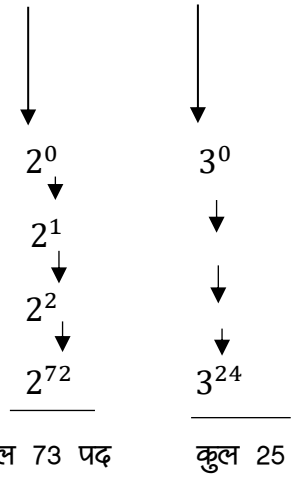
जैसा की हम जानते है :-

$$12^{24} = 2^{48} \times 3^{24}$$
$$16^{18} = 2^{72}$$
$$N = 2 \times 3$$
$$LCM = 2^{72} \times 3^{24}$$

जहां 2^{72} अधिकतम हो

तथा 3^{24} अधिकतम है ।

2^{72} व 3^{24} संख्याओं



कुल 73 पद कुल 25 पद

कुल पदो का संगम $= 73 \times 25 = 1825\ Ans$

अभ्यास प्रश्न हल सहित –

1. 42, 63 और 140 का महत्तम समापवर्तक होगा–
(a) 14 (b) 9
(c) 21 (d) 7

उत्तर– (d)

हलः –
42, 63 और 140 का महत्तम समापवर्तक
$42 = 2 \times 3 \times 7$
$63 = 3 \times 3 \times 7$
$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$
42, 63 और 140 का म.स.प. 7 होगा

2. सेमी. में वह संभव वृहत्तम लम्बाई जिसका प्रयोग 495 सेमी., 900 सेमी. तथा 1665 सेमी. को ठीक–ठीक मापने के लिए किया जा सकता है–
(a) 15 (b) 25
(c) 35 (d) 45

उत्तर– (d)

हलः –
संभव वृहत्तम लम्बाई = 495, 900, 1665 का म.स.प.

5	495
3	99
3	33
11	11
	1

2	900
2	450
5	225
5	45
3	9
3	3
	1

5	1665
3	333
3	111
37	37
	1

अभीष्ट म. स. प. $= 5 \times 3 \times 3 = 45$

3. संख्याओं 18, 21, 24, 27 का ल. स. प. क्या होगा ?
(a) 1512 (b) 1728
(c) 2987 (d) 1118

उत्तर– (a)

हलः –
$27 \times 8 \times 7 = 1512$

4. $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ तथा $\frac{6}{7}$ का महत्तम समापर्वतक कितना है ?
(a) $\frac{2}{105}$ (b) $\frac{48}{105}$
(c) $\frac{1}{105}$ (d) $\frac{24}{105}$

उत्तर– (a)
हलः –
$$\frac{\text{अंशो का म. स. प.}}{\text{हरो का ल. स. प.}}$$
$$\Rightarrow \frac{2}{105}$$

5. 2.4, 0.36 तथा 7.2 का महत्तम समापर्वतक ज्ञात करो–
(a) 12 (b) 120
(c) 1.2 (d) 0.12

उत्तर– (d)

हलः –
240, 36, 720 का म. स.
$\Rightarrow 2 \times 2 \times 3 = 12$
तो $2.40, 0.36, 7.2$ का म. स. $= 0.12$ होगा

6. एक व्यक्ति के पास क्रमश 10, 15 और 20 मीटर लम्बाई के तीन लोहे की छडे है । वह तीनों छडों में बराबर लंबाई के टुकडें काटना चाहता है । वह बिना कुछ बर्बाद किये उसमें से कम से कम कितने टुकडे काट सकता है ?
(a) 45 (b) 15
(c) 9 (d) 30

उत्तर– (c)

हलः –
प्रत्येक टुकडे की लंबाई = 10, 15, 20 का म. स. प.
$10 = 5 \times 2$
$15 = 5 \times 3$
$20 = 5 \times 4$

म. स. प. $= 5$

टुकडों की कुल संख्या $= \frac{10}{5} + \frac{15}{5} + \frac{20}{5} \Longrightarrow$

$2 + 3 + 4 = 9$

7. दो संख्याओं का ल. स. प. 225 है तथा उनका म. स. प. 5 है । यदि एक संख्या 25 हो, तो दूसरी संख्या होगी ।

(a) 5 (b) 45

(c) 25 (d) 225

उत्तर– (b)

हलः –

दूसरी संख्या $\Longrightarrow \frac{225 \times 5}{25}$

$= 9 \times 5 = 45$

8. दो संख्याओं 12906 और 14818 का म. स. 478 है । उनका ल. स. प. ज्ञात कीजिए।

(a) 200043 (b) 600129

(c) 400086 (d) 800172

उत्तर– (c)

हलः –

ल. स. प. $\Longrightarrow \frac{12906 \times 14818}{478} = 400086$

9. 28 और 42 के ल. स. प और म. स. प किस अनुपात में है ?

(a) 2 : 3 (b) 3 : 2

(c) 7 : 2 (d) 6 : 1

उत्तर– (d)

हलः–

28 और 42 का म. स. प. = 14

28 और 42 का ल. स. प. = 84

ल. स. : म. स. प. = 84: 14

= 6 : 1

10. दो संख्याओं का अनुपात 3 : 4 तथा उनका महत्तम समापवर्तक 5 है। तदानुसार उनका लघुत्तम समापवर्तक कितना होगा ?

(a) 60 (b) 20

(c) 15 (d) 12

उत्तर– (a)

हलः –

दो संख्याओं का अनुपात = 3 : 4 इनका म. स. प.= 5

पहली संख्या $\Longrightarrow 5 \times 3 = 15$

दूसरी संख्या $\Longrightarrow 5 \times 4 = 20$

15 और 20 का ल. स. = 60

11. दो संख्याओं का अनुपात 3 : 4 तथा उनका लघुत्तम समापवर्तक 180 है। दूसरी संख्या क्या है?

(a) 90 (b) 30

(c) 45 (d) 60

उत्तर– (d)

हलः –

माना दोनों संख्याओं का म. स. $= x$

दोनों संख्याएं $= 3x$ तथा $4x$

दोनों संख्याओं का गुणनफल = म. स. प. X ल. स. प.

$\Longrightarrow 3x \times 4x = x \times 180$

$x = 15$

दूसरी संख्या $= 4x$

$\Longrightarrow 4 \times 15 = 60$

12. 28 और 42 के ल. स. प. और म. स. प. किस अनुपात में है ?

(a) 2 : 3 (b) 3 : 2

(c) 7 : 2 (d) 6 : 1

उत्तर– (d)

हलः–

28 और 42 के म. स. प. = 14

28 और 42 के ल. स. प. = 84

ल.स. : म. स. प. = 84 : 14

$\Longrightarrow 6 : 1$

13. 13 का वह सबसे छोटा गुणज जिसे 4, 5, 6, 7 और 8 से भाग देने पर प्रत्येक दशा में 2 शेष बचता है निम्न है–

(a) 2520 (b) 842

(c) 2522 (d) 840

उत्तर- (d)

हल:-

4, 5, 6, 7, 8 का ल. स. प.= 840

13 से भाग देने पर शेष शून्य आता है ।

माना अभीष्ट संख्या $= 840k + 2$

$840k + 2 = 8k + 2$

$\Rightarrow 8k + 2$ में $k = 3$ रखने पर $8k + 2$

$\Rightarrow 8 \times 3 + 2 = 26$

अभीष्ट संख्या $= 840k + 2 = 840 \times 3 + 2 \Rightarrow 2522$

14. वह बडी से बडी संख्या क्या है जिससे 184, 159, 134 से भाग देने पर शेष 9 बचे ?

(a) 20 (b) 15

(c) 25 (d) 35

उत्तर- (c)

हल:-

बडी संख्या $= (184 - 9), (159 - 9), 134 - 9)$ का $H.C.F$

$\Rightarrow 175, 150$ व 125 का $H.C.F = 25$

15. वह बडी से बडी संख्या क्या है जिसे 2934 व 3254 से भाग देने पर क्रमशः 11 व 15 शेष बचे

(a) 79 (b) 83

(c) 89 (d) 71

उत्तर- (a)

हल: -

अभीष्ट संख्या = (2934−11), (3254−15) का H.C.F

$\Rightarrow 2923, 3239$ का H.C.F

$\Rightarrow$ 2923) 3239 (19

2923

316) 2923 (9

2844

79) 316 (4

316

0

(16) 'N' वह बडी से बडी संख्या है जो संख्या 1305, 4665 और 6905 से विभाजित होने पर प्रत्येक दशा में समान शेषफल प्राप्त होता है । संख्या 'N' के अंकों का योग है ।

(A) 4 (B) 5

(C) 6 (D) 8

Ans. (A)

हल -

यहां $x = 1305,\ y = 4665$ और $z = 6905$

$|x - y| = |1305 - 4665| = 3360$

$|y - z| = |4665 - 6905| = 2240$

$|z - x| = |6905 - 1305| = 5600$

अभीष्ट संख्या (बडी से बडी)

= 3360, 2240, 5600 का म. स. प.

= 1120

अभीष्ट योग = 1 + 1 + 2 + 0 = 4

(17) एक आदमी के पास निश्चित संख्या में छोटे-छोटे बक्से है जिन्हें पार्सलों में रखना है यदि वह 3,4,5 या 6 रखता है तो उसके पास एक बच जाता है, यदि वह प्रत्येक पार्सल में 7 रखता है तो उसके पास कुछ भी शेष नहीं बचता रखे जाने वाले बक्सोंकी संख्या क्या है ?

(A) 400 (B) 309

(C) 301 (D) 106

Ans. (C)

हल -

यहां a,b,c का LCM ज्ञात करने पर

3,4,5,6 का LCM = 60

माना की अभीष्ट संख्या $= 60k + 1$, जो 7 से विभाज्य है ।

$\because 60k + 1 = (7 \times 8\,k + 4k) + 1$

$= (7 \times 8\,k) + (4\,k + 1)$

$4\,k + 1$ में $k = 5$ रखने पर, ताकि 7 से विभाज्य है ।

$4 \times 5 + 1 = 21$ जो 7 से विभाज्य है ।

अभीष्ट संख्या $= 60k + 1 = 60 \times 5 + 1$
$= 301$

(18) वह सबसे छोटी संख्या कौन-सी है, जिसे यदि 25,40 तथा 60 से विभाजित किया जाए, शेषफल हर बार 7 आता है ?
(A) 609 (B) 607
(C) 593 (D) 910

Ans. (B)

हल –
25, 40, 60 का ल.स. = 600
अभीष्ट संख्या = ल.स. + शेष
= 600 + 7 = 607

(19) 1500 और 2000 के बीच वह संख्या कौन-सी है जो 36 तथा 102 से विभाज्य है ?
(A) 1632 (B) 1734
(C) 1836 (D) 1944

Ans. (C)

हल –
36 तथा 102 का ल. स. प. = 612
ल. स. प. का तीसरा गुणज = $612 \times 3 = 1836$
अभीष्ट संख्या = 1836

(20) तीन अलग-अलग चौराहों पर यातायात से सम्बन्धित बत्तियां क्रमशः 24 सैकण्ड, 36 सैकण्ड तथा 54 सैकेण्ड बाद रंग बदलती रहती है । यदि वे तीनों 10 : 15 : 00 प्रातः के समय एक साथ रंग बदलती रहती है, तो अगली बार वे तीनों एक साथ किस समय रंग बदलेगी ?

(A) $\frac{42}{1}$ (B) $\frac{44}{3}$
(C) $\frac{46}{5}$ (D) $\frac{41}{5}$

Ans. (A)

हल – $\frac{2}{9}, \frac{3}{14}, \frac{7}{20}$ का ल.स.प. $= \frac{\text{अंशों का ल.स.प.}}{\text{हरो का म.स.प.}}$

(a) 10 : 16 : 54 प्रातः
(b) 10 : 18 : 36 प्रातः
(c) 10 : 17 : 02 प्रातः
(d) 10 : 22 : 12 प्रातः

उत्तर– (B)

हल –
24 सैकण्ड, 36 सैकण्ड, 54 सैकण्ड का ल.स. प. = 216 सैकण्ड = 3 मिनट 36 सैकण्ड
एक साथ रंग बदलने का समय
10 : 15 : 00 प्रातः + 3 मिनट 36 सैकण्ड
= 10 : 18 : 36 प्रातः

(21) दी गयी संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य उन संख्याओं के महत्तम समापवर्त्य से 6 गुना है, तदानुसार यदि दोनों में छोटी संख्या 6 हो, तो दूसरी संख्या कौन-सी है ?
(A) 15 (B) 18
(C) 9 (D) 12

Ans. (C)

हल –
∵ माना दोनों संख्याओं का म.स.प. x तथा ल.स.प. $6x$ है ।
∴ दोनों संख्याओं का म.स.प. × ल. स. प. = दोनों संख्याओं गुणन
$= x \times 6x = 6 \times$ दूसरी संख्या
दूसरी संख्या $= x^2$
$= 9$

(22) $\frac{2}{9}, \frac{3}{14}, \frac{7}{20}$ का ल. स. प. ज्ञात कीजिए ।

$= \frac{42}{1}$

(23) तीन आयतकार खेतों का क्षेत्रफल क्रमशः 200 वर्ग मीटर 250 वर्ग मीटर तथा 300 वर्ग मीटर है तीनों खेतो में बराबर क्षेत्रफल की क्यारियां बनाई गई है । यदि प्रत्येक क्यारी की चौडाई 5 मीटर हो तो उनकी अधिक से अधिक लम्बाई क्या होगी ?
(A) 5 मीटर (B) 10 मीटर
(C) 15 मीटर (D) 20 मीटर

Ans. (B)

हल – प्रत्येक क्यारी का क्षेत्रफल = 200 मी.^{2}, 250 मी.^{2}, 300 मी.^{2}

का ल.स. = 50 मी.^{2}

लम्बाई = $\frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{चौडाई}} = \frac{50}{5} =$ 10 मीटर

(24) दो संख्याओं का म.स. 13 व ल.स. 455 है । यदि उनमें से एक संख्या 75 और 125 के के बीच में स्थित है, तो वह संख्या है ।

(A) 78 (B) 91

(C) 104 (D) 117

Ans. (B)

हल –

संख्याओं का म.स. = 13

संख्याएं = $13x$ एवं $13y$ जहां x एवं y परस्पर अभाज्य है ।

ल.स. = $13xy = 455$

$xy = 35 = 5 \times 7$

∴ अभीष्ट संख्या = $13 \times 7 = 91$

(25) दो संख्याओं को म.स. 23 है तथा उनके ल.स. के अन्य दो गुणनखण्ड 13 तथा 14 है । उनमें से बडी संख्या होगी ।

(A) 276 (B) 299

(C) 345 (D) 322

Ans. (D)

हल –

म.स. = 23

तथा ल. स. के अन्य गुणनखण्ड = 13 एवं 14

अतः बडी संख्या = 14×23

$= 322$

Toppersnotes
Unleash the topper in you